

## EXAMEN DE CINEMÁTICA

- 1) Un móvil tiene la siguiente ecuación del movimiento:  $\vec{r} = 3t^4 \vec{i} - 2t^2 \vec{j}$   
Calcula su velocidad media y su aceleración media entre 1 y 3 segundos.
- 2) Un móvil se mueve según el vector:  $\vec{r} = -5t^2 \vec{i} + 3t \vec{j}$ .  
Averigua la aceleración tangencial a los 2 segundos.
- 3) Un cañón está en un acantilado a 250 metros de altura. Lanza un proyectil a 400 km/h formando  $60^\circ$  con la horizontal. Calcula la altura máxima alcanzada con respecto al mar.
- 5) Una rueda de 20 cm de radio parte del reposo y alcanza 100 rpm a los 20 segundos. Continúa con esa velocidad 15 segundos y se para en 40 segundos. Calcula el número total de vueltas.
- 6) Averigua los vectores de posición de cada uno de los siguientes movimientos:  
a) Un cuerpo que se tira hacia abajo desde 150 m de altura a 300 km/h.  
b) Un cuerpo que parte del punto P (3, 6) y se mueve hacia arriba a la velocidad constante de 4 m/s.
- 7) Dibuja los vectores  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{a}_t$  y  $\vec{a}_n$  en un coche con trayectoria curva y que frena.
- 8) Desde 1 km de altura se lanza hacia abajo una piedra a 20 km/h. Tres segundos más tarde, desde el suelo se dispara una bala a 300 km/h verticalmente. ¿Cuándo y dónde se encontrarán? Hazlo por vectores de posición.
- 9) Una barca hace un trayecto de ida y vuelta entre dos poblaciones situadas a la orilla del río. A favor de la corriente, su velocidad es de 20 km/h y en contra es de 5 km/h. Calcula su velocidad media.
- 10) Un barquero desea cruzar un río de 300 m de ancho. Para ello rema perpendicularmente a la corriente imprimiendo una velocidad de 5 m/s respecto del agua. La velocidad de la corriente es de 4 m/s. Calcula: a) Tiempo que tarda en atravesar el río. c) Punto de desembarco.

$$\textcircled{1} \quad \vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 3^4 \cdot \vec{i} - 2 \cdot 3^2 \cdot \vec{j} - (3\vec{i} - 2\vec{j})}{3-1} =$$

$$= \frac{243\vec{i} - 18\vec{j} - 3\vec{i} + 2\vec{j}}{2} = \frac{240\vec{i} - 16\vec{j}}{2} = \boxed{120\vec{i} - 8\vec{j}}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}; \quad v = \frac{d\vec{r}}{dt} = 12t^3 \cdot \vec{i} - 4t \cdot \vec{j}$$

$$\vec{a}_m = \frac{12 \cdot 3^3 \cdot \vec{i} - 4 \cdot 3 \cdot \vec{j} - (12\vec{i} - 4\vec{j})}{3-1} = \frac{324\vec{i} - 12\vec{j} - 12\vec{i} + 4\vec{j}}{2} =$$

$$= \frac{312\vec{i} - 8\vec{j}}{2} = \boxed{156\vec{i} - 4\vec{j}}$$

$$\textcircled{2} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -10 \cdot t \cdot \vec{i} + 3\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-10t)^2 + 3^2} = \sqrt{100t^2 + 9}$$

$$a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{200 \cdot t}{2 \cdot \sqrt{100t^2 + 9}} = \frac{100 \cdot t}{\sqrt{100t^2 + 9}}$$

$$a_t(2) = \frac{100 \cdot 2}{\sqrt{100 \cdot 2^2 + 9}} = \frac{200}{\sqrt{409}} = \boxed{9.89 \frac{m}{s^2}}$$

$$\textcircled{3} \quad v_0 = 400 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 111 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2 = 250 \cdot \vec{j} + (111 \cdot \cos 60^\circ \vec{j} + 111 \cdot \sin 60^\circ \vec{j}) \cdot t -$$

$$- \frac{1}{2} \cdot 10 \vec{j} \cdot t^2 = 55'5 \cdot t \cdot \vec{i} + (250 + 961 \cdot t - 5t^2) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 55'5 \cdot \vec{i} + (961 - 10 \cdot t) \cdot \vec{j}$$

$$\text{Altura máxima} \Rightarrow v_y = 0 \Rightarrow 961 - 10 \cdot t = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{961}{10} = 96.1 \text{ s}$$

$$y = 250 + 961 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 250 + 961 \cdot 96.1 - 5 \cdot 96.1^2 =$$

$$= \boxed{712 \text{ m}}$$

$\textcircled{4}$  Gráficas del MRU, del MRUA y del MRUR.

$$\textcircled{5} \quad r = 20 \text{ cm}$$

$$\omega_0 = 0$$

$$\omega = 100 \text{ rpm}$$

$$t = 20 \text{ s}$$

$$t = 15 \text{ s}$$

$$t = 40 \text{ s}$$

¿N?

$$\omega = 100 \frac{\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 10'5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\alpha_1 = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10'5 - 0}{20} = 0'525 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\alpha_3 = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10'5 - 0}{40} = 0'262 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\varphi_1 = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 0'525 \cdot 20^2 = 105 \text{ rad}$$

$$\varphi_2 = \omega \cdot t = 10'5 \cdot 15 = 157'5 \text{ rad}$$

$$\varphi_3 = \omega_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot t^2 = 10'5 \cdot 40 - \frac{1}{2} \cdot 0'262 \cdot 40^2 = 210'4 \text{ rad}$$

$$\varphi_T = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 105 + 157'5 + 210'4 = 472'9 \text{ rad} =$$

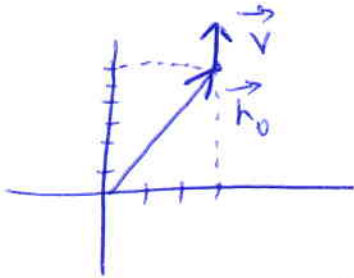
$$= 472'9 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = \boxed{75'3 \text{ vueltas}}$$

$$\textcircled{6} \text{ a) } \vec{h} = \vec{h}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2 =$$

$$= 150 \cdot \vec{j} - 83'3 \cdot t \cdot \vec{j} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \cdot \vec{j} =$$

$$= \boxed{(150 - 83'3 \cdot t - 5t^2) \cdot \vec{j}}$$

b)

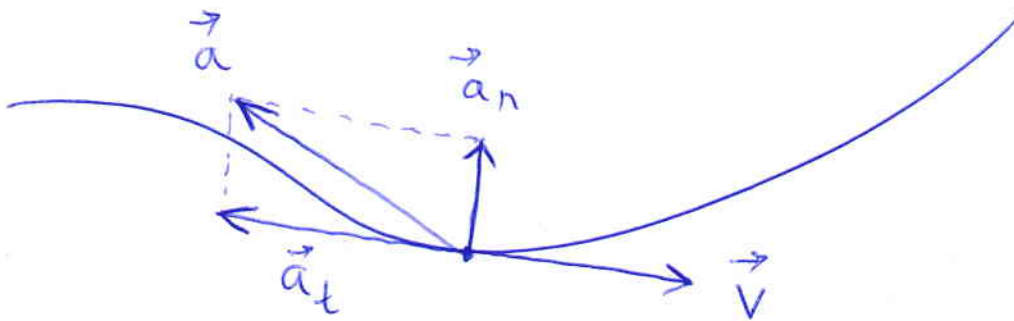


$$\vec{h} = \vec{h}_0 + \vec{v} \cdot t$$

$$\vec{h} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{j} \cdot t =$$

$$= \boxed{3\vec{i} + (6 + 4t)\vec{j}}$$

\textcircled{7}



$$\textcircled{2} \quad v_0 = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5'56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_0 = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 83'3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{h}_1 = \vec{h}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2 =$$

$$= 1000 \cdot \vec{j} - 5'56 \vec{j} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \vec{j} \cdot t^2 =$$

$$= (1000 - 5'56 \cdot t - 5 \cdot t^2) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{h}_2 = \vec{h}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2 =$$

$$= 0 + 83'3 \cdot \vec{j} (t-3) - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t-3)^2 \cdot \vec{j} =$$

$$= 83'3 \cdot t \cdot \vec{j} - 250 \cdot \vec{j} - 5t^2 \vec{j} + 45 \vec{j} + 30t \vec{j} =$$

$$= (-295 + 113'3 \cdot t - 5t^2) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{h}_1 = \vec{h}_2 \Rightarrow 1000 - 5'56 \cdot t - 5t^2 =$$

$$= -295 + 113'3 \cdot t - 5t^2$$

$$1000 + 295 = 113'3 \cdot t + 5'56 \cdot t$$

$$1295 = 119 \cdot t$$

$$t = \frac{1295}{119} = 10'9 \text{ s}$$

$$\vec{h} = (1000 - 6'67 \cdot 10'9 - 5 \cdot 10'9^2) \vec{j} = \boxed{333 \cdot \vec{j} \text{ m}}$$

$$\textcircled{9} \quad v_m = \frac{e_T}{t_T} = \frac{e_1 + e_2}{t_1 + t_2} = \frac{2 \cdot \cancel{e}}{\frac{\cancel{e}}{v_1} + \frac{\cancel{e}}{v_2}} =$$

$$= \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{20} + \frac{1}{5}} = \frac{2}{\frac{1+4}{20}} = \frac{40}{5} =$$

$$= \boxed{8 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$\textcircled{10} \quad \text{a) } \vec{r} = v_x \cdot t \cdot \vec{i} + v_y \cdot t \cdot \vec{j} = 4 \cdot t \cdot \vec{i} + 5 \cdot t \cdot \vec{j} =$$

$$= x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} = 4 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j}$$

$$a = 300 \text{ m} \Rightarrow y = 300 \Rightarrow 5 \cdot t = 300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{300}{5} = \boxed{60 \text{ s}}$$

$$\text{b) } x = 4 \cdot t = 4 \cdot 60 = 240 \text{ m}$$

$$\boxed{P(240, 300) \text{ m}}$$