CUESTIONES RESUELTAS DE ONDAS

2017

1) Considere la siguiente ecuación de las ondas que se propagan en una cuerda:

$$y(x,t) = A \text{ sen } (Bt \pm Cx) \ .$$

¿Qué representan los coeficientes A, B y C? ¿Cuáles son sus unidades en el Sistema Internacional? ¿Que indica el signo " ± " que aparece dentro del paréntesis?

a) Una onda es una perturbación que se propaga en un medio. Las magnitudes son:

- A es la amplitud de la onda que indica el valor máximo de la elongación que sufren los puntos del medio por los que pasa la onda. Sus unidades en el S.I. son los metros.
- B es la pulsación o frecuencia angular. Sus unidades en el sistema internacional son rad/s.

$$B = \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\,\pi\, f$$

- C es el número de ondas. Indica el número de veces que vibra la onda por unidad de distancia. Sus unidades son rad/m.

$$C = \frac{2\pi}{\lambda}$$

El signo del interior del paréntesis indica el sentido de desplazamiento de la onda. Cuando el signo es positivo, la onda se desplaza en el sentido negativo del eje de abscisas y cuando el signo es negativo, la onda se desplaza en el sentido positivo.

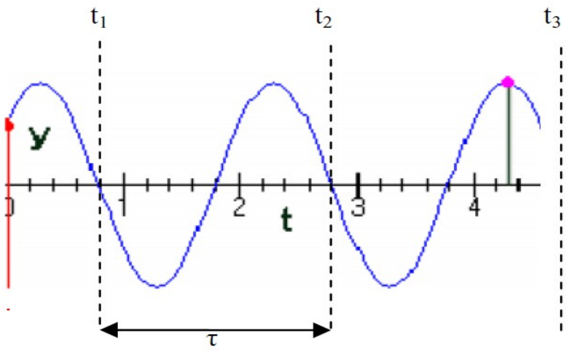
2) Explique la doble periodicidad de las ondas armónicas e indique las magnitudes que las describen.

La ecuación de una onda muestra la doble dependencia de la distancia y del tiempo:

$$y\,(x,t) = A \cdot \cos\,(\omega\, t - k\, x)$$

Las posiciones de alejamiento respecto a la posición de equilibrio se repiten periódicamente con el paso del tiempo para cualquier punto determinada de la onda. Así, para un valor fijo de x (constante), la onda es armónica respecto a la otra variable, el tiempo:

$$y\,(t) = A \cdot \cos\,(\omega\, t\,) = A \cdot \cos\,\left(\frac{2\pi t}{T} - \text{cte}\right)$$



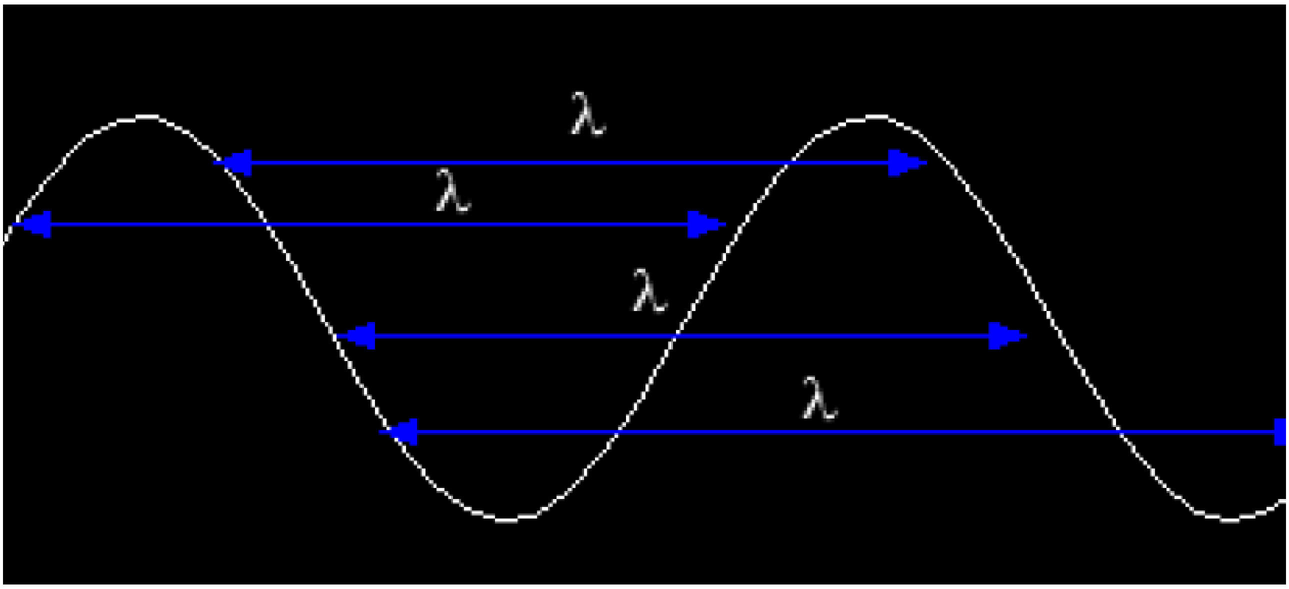
De la gráfica podemos ver que, para dos instantes t_1 y t_2 , separados por un intervalo de tiempo igual a un período, el punto vuelve a empezar el mismo estado de vibración.

Sin realizar desarrollos trigonométricos, lo anterior equivale a:
$(\omega t_2 - k x) - (\omega t_1 - k x) = 2\pi n$, pues la diferencia de fase debe ser múltiplo entero de 2π.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = 2\pi n \quad ; \quad \omega (t_2 - t_1) = 2\pi n \quad ; \quad t_2 - t_1 = \frac{2\pi n}{\omega} \quad ; \quad t_2 - t_1 = \frac{2\pi n}{2\pi f} \quad ;$$

$$t_2 - t_1 = \frac{n}{f} \quad ; \quad t_2 - t_1 = n T$$

Lo que nos demuestra que el estado de vibración de un punto de una onda se repite cada período. Las posiciones de los puntos de una cuerda se repiten periódicamente a una distancia igual a la longitud de onda de cada punto. Esto lo vemos si congelamos el tiempo, sacándole una foto al movimiento ondulatorio. En la onda obtenida se ve que la posición de cada punto se repite a una distancia λ de él:



Para dos puntos x_1 y x_2 , separados por una distancia igual a una longitud de onda, se vuelve a alcanzar el mismo estado de vibración. Esto equivale matemáticamente a:
$(\omega t - k x_2) - (\omega t - k x_1) = 2\pi n$, pues la diferencia de fase debe ser múltiplo entero de 2π.

$$k x_2 - k x_1 = 2\pi n \quad ; \quad k (x_2 - x_1) = 2\pi n \quad ; \quad x_2 - x_1 = \frac{2\pi n}{k} \quad ; \quad x_2 - x_1 = \frac{2\pi n}{2\pi/\lambda} \quad ;$$

$$x_2 - x_1 = n\lambda$$

Se demuestra así que el estado de vibración de dos puntos de una onda en un mismo instante se repite cada longitud de onda.
Por otro lado:

$$\left.\begin{array}{l} x_2 - x_1 = n\lambda \\ \\ t_2 - t_1 = n T \end{array}\right\} \quad \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{n\lambda}{n T} \quad \rightarrow \quad v_{propagación} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

3) Escriba la ecuación de una onda armónica transversal que se propaga a lo largo del sentido positivo del eje X e indique el significado de las magnitudes que aparecen en ella.

Una onda es una perturbación que se propaga por el medio. La perturbación puede ser una vibración, un campo eléctrico, un campo magnético... Una onda transversal es aquella cuya dirección de perturbación es perpendicular a la dirección de propagación. La expresión pedida es:

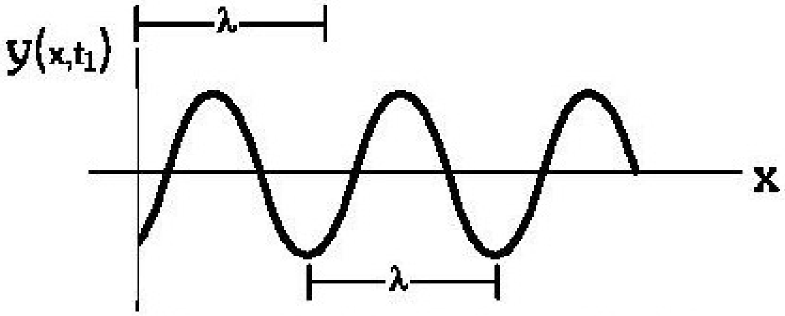
$$y(x,t) = A \text{ sen } (Bt - Cx)$$

(Resto: como en la cuestión 1).

4) Escriba la ecuación de una onda armónica que se propaga en el sentido negativo del eje X. ¿Qué se entiende por periodo y por longitud de onda? ¿Qué relación hay entre esas dos magnitudes?

Una onda es una perturbación que se propaga por el medio. La perturbación puede ser una vibración, un campo eléctrico, un campo magnético... Una onda transversal es aquella cuya dirección de perturbación es perpendicular a la dirección de propagación. La expresión pedida es:

$$y(x,t) = A \text{ sen } (Bt + Cx)$$



Elongación de todos los puntos del medio para un instante dado de tiempo

El período, T, de una onda es el tiempo que tarda en hacer una oscilación completa. Se mide en segundos. La longitud de onda, λ, es la distancia en línea recta entre dos puntos del medio que tienen el mismo valor de la perturbación. Se mide en metros. La relación entre ambas es: $\lambda = v \cdot T$

<u>2016</u>

5) a) Periodicidad espacial y temporal de las ondas; su interdependencia. b) Escriba la ecuación de una onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X e indique el significado de las magnitudes que aparecen en ella. Escriba la ecuación de otra onda que se propague en sentido opuesto y que tenga doble amplitud y frecuencia mitad que la anterior. Razone si las velocidades de propagación de ambas ondas son las mismas.

a) Repetido.

b) Onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X: $y(x,t) = A_1 \text{ sen } (\omega_1 t - k_1 x)$

Significado de las magnitudes: repetido.

- Magnitudes de la otra onda:
  - Amplitud: $A_2 = 2 A_1$
  - Frecuencia angular: $\omega = 2 \pi f$; $f_2 = \frac{f_1}{2}$; $\omega_2 = 2 \pi f_2 = \pi f_1 = \frac{\omega_1}{2}$
  - Velocidad de propagación: son iguales por ser ondas del mismo tipo y propagarse por el mismo medio: $v_1 = v_2$
  - Longitud de onda: $v_1 = v_2 \rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} = 2 \rightarrow \lambda_2 = 2 \cdot \lambda_1$

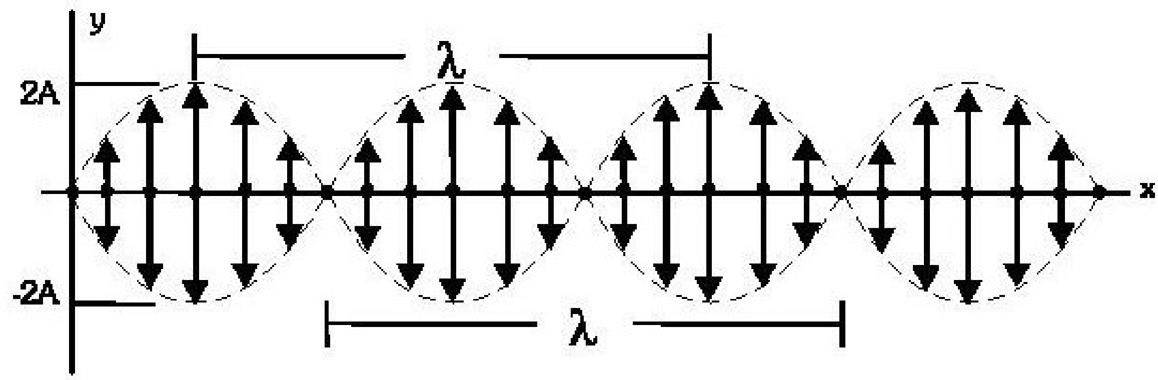
- Número de onda: $k_2 = \dfrac{2\pi}{\lambda_2} = \dfrac{2\pi}{2 \cdot \lambda_1} = \dfrac{k_1}{2}$
- Ecuación de la otra onda: $y(x,t) = A_2$ sen $(\omega_2\, t - k_2\, x) = 2\, A_1$ sen $\left(\dfrac{\omega_1}{2}\, t - \dfrac{k_1}{2}\, x\right)$

6) a) Explique qué es una onda estacionaria e indique cómo puede producirse. Describa sus características. b) Explique cómo se mueven los puntos de una cuerda sujeta por sus extremos en la que se ha formado una onda estacionaria.

a) Una onda estacionaria es un movimiento oscilatorio que está confinado en el espacio y que no se propaga. Las ondas estacionarias surgen como la interferencia de dos ondas iguales que se propagan en sentidos contrarios. Sus principales características son su frecuencia y longitud de onda, ambas relacionadas entre sí por la velocidad de la onda en el medio, y la amplitud de la onda estacionaria. Tiene puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. Las ondas estacionarias tienen lugar en todos los instrumentos musicales, como guitarras, pianos, flautas, etc.

b) Las ondas estacionarias son un caso particular de interferencia. Consiste en la superposición de dos ondas armónicas que se propagan por el medio, con idénticas A, ω, λ, f y dirección pero de sentidos contrarios. Es el caso de una onda que, al llegar a la frontera con otro medio, sufre una reflexión total perpendicular. Se superpondrán la onda incidente y la rebotada.

b1) Ondas estacionarias en cuerdas con extremos libres: la onda rebotada es idéntica a la incidente, pero de sentido contrario:



$y_1 = A \cdot$ sen $(\omega t - kx)$; $y_2 = A \cdot$ sen $(\omega t + kx)$

$y = y_1 + y_2 = A \cdot$ sen $(\omega t) \cdot \cos(kx) - A \cdot \cos(\omega t) \cdot$ sen $(kx) + A \cdot$ sen $(\omega t) \cdot \cos(kx) +$

$+ A \cdot \cos(\omega t) \cdot$ sen $(kx) = 2\, A$ sen $(\omega t) \cdot \cos(kx)$

Ante todo, no es un movimiento ondulatorio. No tenemos propagación de energía a lo largo de la cuerda, debido a que tenemos dos ondas viajeras idénticas (con igual v) pero de sentidos contrarios. La velocidad total de propagación es nula. Tampoco posee λ, f, v, k ni A propias. Estas magnitudes que aparecen en la expresión pertenecen a las ondas viajeras que se han superpuesto.

Las partículas de la cuerda realizan un MAS en el que la amplitud es función del punto que consideremos:

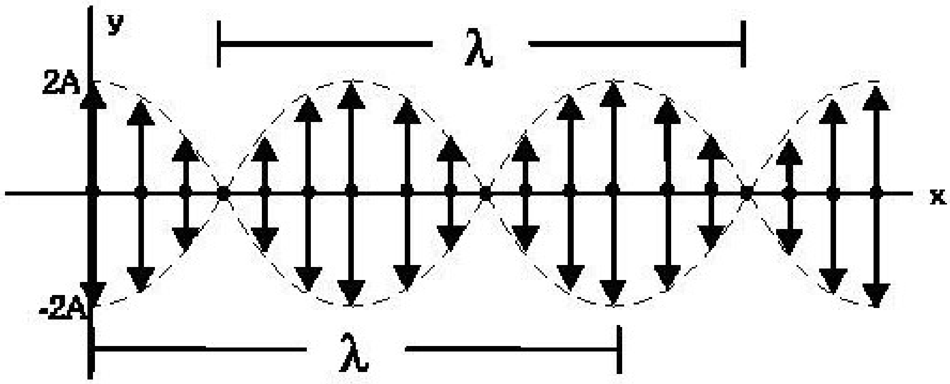
$y\,(x,t) = A\,(x) \cdot$ sen (ωt) ; $A\,(x) = \cos(kx)$; $A_{máxima} = 2\, A$

En los vientres o antinodos, la amplitud es máxima, luego: $\cos(kx) = \pm 1 \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

En los nodos, puntos en reposo, la amplitud es nula, luego: $\cos(kx) = 0 \rightarrow x = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$

Distancia entre nodos: $\frac{\lambda}{2}$

b2) Ondas estacionarias en cuerdas con extremos fijos: la onda rebotada es la inversa de la onda incidente.



Para variar, supongamos que viene dado por una función coseno:

$y_1 = A \cdot \cos(\omega t - kx)$; $y_2 = - A \cdot \cos(\omega t + kx)$;

$y = y_1 + y_2 = A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(kx) + A \cdot \operatorname{sen}(\omega t) \cdot \operatorname{sen}(kx) - A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(kx) +$

$+ A \cdot \operatorname{sen}(\omega t) \cdot \operatorname{sen}(kx) = 2 A \operatorname{sen}(\omega t) \cdot \operatorname{sen}(kx)$; $A(x) = 2 A \operatorname{sen}(kx)$

En los vientres: $\operatorname{sen}(kx) = \pm 1 \rightarrow x = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$

En los nodos: $\operatorname{sen}(kx) = 0 \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

Distancia entre nodos: $\frac{\lambda}{2}$

7) a) Superposición de ondas; descripción cualitativa de los fenómenos de interferencia de dos ondas. b) Comente las siguientes afirmaciones: En una onda estacionaria se cumple: i) la amplitud es constante; ii) la onda transporta energía; iii) la frecuencia es la misma que la de las dos ondas que interfieren.

a) El fenómeno de interferencia es característico de las ondas. Se produce cuando dos o más ondas, procedentes de dos o más focos diferentes, se propagan por una misma región del espacio. Los puntos del medio se verán afectados por las perturbaciones de ambas ondas, sumándose los efectos (principio de superposición). Realmente, se habla de interferencia cuando sus efectos son apreciables, es decir, cuando las ondas que se superponen tienen amplitudes parecidas y, sobre todo, longitudes de onda parecidas. Se habla entonces de ondas coherentes.

- Interferencia constructiva: si las ondas llegan en fase ($\Delta\varphi$ = 0, 2π, 4π, …, 2nπ), cuando uno de los movimientos está en su amplitud, el otro también. La amplitud del movimiento resultante será la suma de las dos amplitudes: $A = A_1 + A_2$.
Condición para que estén en fase: $\Delta\varphi = k \cdot (x_2 - x_1) = 2n\pi \quad \rightarrow \quad x_2 - x_1 = n\,\lambda$, siendo x_1 y x_2 las distancias de cada punto a cada foco.
- Interferencia destructiva: si las ondas llegan en fase ($\Delta\varphi$ = π, 3π, 5 π,…, (2n+1)π), cuando uno de los movimientos está en su amplitud, el otro también pero negativa. La amplitud del movimiento resultante será la diferencia de las dos amplitudes: $A = A_1 - A_2$.
Condición para que estén en fase: $\Delta\varphi = k \cdot (x_2 - x_1) = (2n+1)\pi \quad \rightarrow \quad x_2 - x_1 = (2n+1)\,\frac{\lambda}{2}$, siendo x_1 y x_2 las distancias de cada punto a cada foco.

Entre estas situaciones extremas, existen todas las situaciones intermedias, con amplitudes entre:

$$A = \left| A_1 - A_2 \right| \text{ y } A = A_1 + A_2$$

b) Repetido.

8) a) Explique las características cinemáticas de un movimiento armónico simple. b) Dos partículas de igual masa, m, unidas a dos resortes de constantes k_1 y k_2 ($k_1 > k_2$), describen movimientos armónicos simples de igual amplitud. ¿Cuál de las dos partículas tiene mayor energía cinética al pasar por su posición de equilibrio? ¿Cuál de las dos oscila con mayor periodo? Razone las respuestas**.**
a) Estudio cinemático:
- Elongación: $x = A \cdot \text{sen}\,(\omega t + \varphi_0)$
en la que x representa la posición del móvil y se denomina elongación, A es la máxima o mínima elongación y se denomina amplitud, ω es la frecuencia angular y φ_0 es la fase inicial.

- Velocidad: $v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos\,(\omega t + \varphi_0)$
- Aceleración: $a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}\,(\omega t) = - \omega^2 \cdot x$

	Elongación, x	**Velocidad, v**	**Aceleración, a**
Extremo superior	Máxima = + A	0	Máxima = $- \omega^2 \cdot A$
Posición de equilibrio	0	Máxima = $A \cdot \omega$	Mínima = 0
Extremo inferior	Máxima = - A	0	Máxima = $- \omega^2 \cdot A$

La elongación y la aceleración son funciones del seno y la velocidad del coseno. Esto supone que la elongación y la velocidad adquieren sus valores máximos en los extremos y el mínimo en la posición de equilibrio. Con la velocidad, ocurre al contrario.
b) – Relación entre las energías cinéticas:

$$\left.\begin{array}{l} Ec_1 = \frac{1}{2} k_1 A^2 \quad \rightarrow \quad k_1 = \frac{2 \cdot Ec_1}{A^2} \\[2em] Ec_2 = \frac{1}{2} k_2 A^2 \quad \rightarrow \quad k_2 = \frac{2 \cdot Ec_2}{A^2} \end{array}\right\} \quad k_1 > k_2 \quad \rightarrow \quad \frac{2 \cdot Ec_1}{A^2} > \frac{2 \cdot Ec_2}{A^2} \quad \rightarrow \quad Ec_1 > Ec_2$$

- Relación entre los períodos:

$$\left.\begin{array}{l} k_1 = m \cdot \omega_1^2 = \dfrac{m\cdot 4\cdot\pi^2}{T_1^2} \\ \\ k_2 = m \cdot \omega_2^2 = \dfrac{m\cdot 4\cdot\pi^2}{T_2^2} \end{array}\right\} k_1 > k_2 \;\rightarrow\; \frac{m\cdot 4\cdot\pi^2}{T_1^2} > \frac{m\cdot 4\cdot\pi^2}{T_2^2} \rightarrow T_2^2 > T_1^1 \;\rightarrow\; T_2 > T_1$$

2015

9) a) Explique qué es un movimiento armónico simple y cuáles son sus características cinemáticas. b) Comente la siguiente frase: "Si se aumenta la energía mecánica de una partícula que describe un movimiento armónico simple, la amplitud y la frecuencia del movimiento también aumentan".

a) Repetido.

b) Verdadero. La energía mecánica en el MAS viene dada por: $E_M = \frac{1}{2} k\, A^2$. La energía mecánica es directamente proporcional a la amplitud al cuadrado, luego al aumentar la energía mecánica, aumenta la amplitud.

La constante elástica del movimiento tiene esta expresión: $k = m \cdot \omega^2 = m \cdot 4\, \pi^2\, f^2$. Al aumentar la energía mecánica, aumenta la frecuencia del movimiento para la misma m.

10) a) Defina movimiento armónico simple y explique sus características cinemáticas. b) Un cuerpo de masa m sujeto a un resorte de constante elástica k describe un movimiento armónico simple. Indique cómo variaría la frecuencia de oscilación si: i) la constante elástica se duplicara; ii) la masa del cuerpo se triplicara. Razone sus respuestas.

a) Un movimiento armónico simple es un movimiento periódico y vibratorio producido por una fuerza recuperadora que es directamente proporcional a la posición. El cuerpo oscila a un lado y a otro de la posición de equilibrio de forma periódica. (El resto, repetido).

b) i) Si $k_2 = 2\, k_1 \;\rightarrow\; m \cdot 4\, \pi^2\, f_2^2 = 2 \cdot m \cdot 4\, \pi^2\, f_1^2 \;\rightarrow\; f_2^2 = 2 \cdot f_1^2 \;\rightarrow\; f_2 = \sqrt{2} \cdot f_1$

La constante del muelle es directamente proporcional a la frecuencia: a mayor constante, mayor frecuencia.

ii) Si $m_2 = 3\, m_1$. Suponemos que cambia la masa pero no la constante elástica:

$k_1 = k_2 \;\rightarrow\; m_1 \cdot 4\, \pi^2\, f_1^2 = m_2 \cdot 4\, \pi^2\, f_2^2 \;\rightarrow\; m_1 \cdot 4\, \pi^2\, f_1^2 = 3\, m_1 \cdot 4\, \pi^2\, f_2^2 \;\rightarrow\; f_1^2 = 3\, f_2^2 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; f_2 = \dfrac{f_1}{\sqrt{3}}$

Cuando se aumenta la masa que oscila, la frecuencia del movimiento disminuye para mantener constante la constante elástica.

11) a) Explique las características cinemáticas del movimiento armónico simple. b) Dos bloques, de masas M y m, están unidos al extremo libre de sendos resortes idénticos, fijos por el otro extremo a una pared, y descansan sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Los bloques se separan de su posición de equilibrio una misma distancia A y se sueltan. Razone qué relación existe entre las energías potenciales cuando ambos bloques se encuentran a la misma distancia de sus puntos de equilibrio.

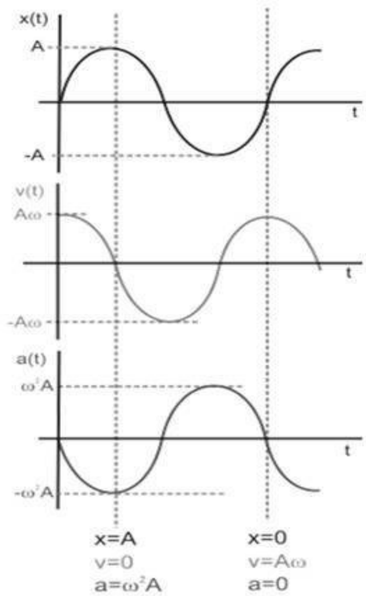
a) Repetido.

b) En la situación que nos dice el enunciado (masa unida a un resorte horizontal sin rozamiento), la única fuerza que interviene en el movimiento es la fuerza elástica del resorte, ya que la fuerza gravitatoria y la normal se anulan mutuamente. Al ser todo el movimiento en horizontal, podemos obviar la energía potencial gravitatoria, eligiendo el nivel cero de potencial gravitatorio a la altura a la que se encuentran los bloques y los resortes.

La energía potencial será entonces energía potencial elástica, dada por: Ep = $\frac{1}{2}$ k x^2

donde k es la constante elástica del resorte (e independiente de la masa) y es la elongación, la distancia a la posición de equilibrio. Teniendo en cuenta esto, si ambos resortes son idénticos y las masas están a la misma distancia de sus respectivas posiciones de equilibrio, la energía potencial es independiente de la masa de la partícula, por lo que tendrán idéntica energía potencial.

12) Una partícula de masa m sujeta a un muelle de constante k describe un movimiento armónico simple expresado por la ecuación: $x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$
a) Represente gráficamente la posición y la aceleración de la partícula en función del tiempo durante una oscilación. Explique ambas gráficas y la relación entre las dos magnitudes representadas. b) Explique cómo varían la energía cinética y la energía potencial de la partícula durante una oscilación.
a)



Ambas gráficas parten del origen si la fase inicial vale cero, pues están representadas por la función seno. Los nodos están situados para los mismos valores del tiempo:

$$\frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, ..., \frac{n \cdot T}{2}$$

Debido a que la aceleración tiene signo negativo, pues tiene sentido opuesto a la posición, cuando la posición está en un máximo, la aceleración está en un mínimo y al contrario. La relación entre ambas es:
- Elongación: $y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$
- Velocidad: $v = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$
- Aceleración: $a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \operatorname{sen}(\omega t) = - \omega^2 \cdot y$

b) Repetido.

13) a) Describa el movimiento armónico simple y comente sus características dinámicas. b) Un oscilador armónico simple está formado por un muelle de masa despreciable y una partícula de masa, m, unida a uno de sus extremos. Se construye un segundo oscilador con un muelle idéntico al del primero y una partícula de masa diferente, m'. ¿Qué relación debe existir entre m' y m para que la frecuencia del segundo oscilador sea el doble que la del primero?
a) Repetido.
b) Si los muelles son idénticos, las constantes elásticas son iguales:
$k_1 = k_2 \;\rightarrow\; m \cdot \omega^2 = m' \cdot \omega'^2 \;\rightarrow\; m \cdot 4\pi^2 f^2 = m' \cdot 4\pi^2 f'^2 \;\rightarrow\; m \cdot f^2 = m' \cdot f'^2 \;\rightarrow$

$$\rightarrow\; m \cdot f^2 = m' \cdot (2f)^2 \;\rightarrow\; m \cdot f^2 = m' \cdot 4f^2 \;\rightarrow\; \frac{m'}{m} = \frac{1}{4}$$

El cociente entre las masas es igual al cociente entre los cuadrados de las frecuencias. Cuando la masa crece, la frecuencia del movimiento disminuye. Es como si al muelle le costara más trabajo mover esa masa. O dicho de otra forma: F = m a: segunda ley de Newton: la misma fuerza elástica provoca una menor aceleración para una masa mayor.

14) a) Describa el movimiento armónico simple y comente sus características cinemáticas. b) Una partícula de masa m está unida a un extremo de un resorte y realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal. Determine la expresión de la energía mecánica de la partícula en función de la constante elástica de resorte, k, y de la amplitud de la oscilación, A.
a) Repetido.
b) El peso de la partícula se anula con la normal, luego el peso no influye en el MAS.
- Elongación: $y = A \cdot \text{sen}\,(\omega t + \varphi_0)$
en la que x representa la posición del móvil y se denomina elongación, A es la máxima o mínima elongación y se denomina amplitud, ω es la frecuencia angular y φ_0 es la fase inicial.

- Velocidad: $v = \dfrac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos\,(\omega t + \varphi_0)$
- Aceleración: $a = \dfrac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}\,(\omega t) = - \omega^2 \cdot y$
- Energía mecánica: $E_M = Ec + Ep = \dfrac{1}{2}\, m\, v^2 + \dfrac{1}{2}\, k\, y^2 =$

$$= \frac{1}{2}\, m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t + \varphi_0) =$$

$$= \frac{1}{2}\, m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot [\text{sen}^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0)] = \frac{1}{2}\, m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2}\, k\, A^2$$

2014

15) a) Escriba la ecuación de una onda armónica que se propaga a lo largo del eje X e indique el significado de las magnitudes que aparecen en ella. b) Escriba la ecuación de otra onda que se propague en sentido opuesto y que tenga doble amplitud y frecuencia mitad que la anterior. Razone si las velocidades de propagación de ambas ondas son las mismas.
a) – Onda que se propaga en el sentido positivo del eje x: $y_1\,(x,t) = A \cdot \text{sen}\,(\omega t - kx)$
Resto: repetido.

b) Las magnitudes de la otra onda son:
- Amplitud: $A_2 = A_1$
- Frecuencia angular: $\omega_2 = 2\,\pi\, f_2 = 2\,\pi\,.\ \frac{f_1}{2} = \frac{\omega_1}{2}$
- Velocidad de propagación: $v_2 = v_1$. Las velocidades son iguales pues las ondas son del mismo tipo y se propagan por el mismo medio.
- Longitud de onda: $v_2 = v_1 \rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} = 2 \rightarrow \lambda_2 = 2 \cdot \lambda_1$
- Número de ondas: $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{2\pi}{2 \cdot \lambda_1} = \frac{k_1}{2}$
- Ecuación de la nueva onda:
$y_2\,(x,t) = A_2 \cdot \text{sen}\,(\omega_2\, t + k_2 \cdot x) = 2\,A_1 \cdot \text{sen}\,(\frac{\omega_1}{2}\ t + \frac{k_1}{2}\ x)$

<u>2013</u>

16) a) Una partícula describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje X. Escriba la ecuación que expresa la posición de la partícula en función del tiempo e indique el significado de las magnitudes que aparecen en ella. b) Explique cómo varían las energías cinética y potencial de la partícula a lo largo de una oscilación completa.
Repetido.

17) a) Explique las características de una onda estacionaria e indique cómo se produce. b) Razone el tipo de movimiento de los puntos de una cuerda tensa en la que se ha generado una onda estacionaria.
a) Repetido.
b) Habría que hablar de los armónicos, pero ya no están en el temario.

18) a) Explique las diferencias entre una onda transversal y una longitudinal y ponga un ejemplo de cada una de ellas. b) Una onda armónica en una cuerda puede describirse mediante la ecuación:

$$y(x,\, t) = A\ \text{sen}\ (\omega\ t - k\ x)$$

Indique el significado físico de las magnitudes que aparecen en esa ecuación, así como sus respectivas unidades en el Sistema Internacional.
a) Una onda transversal es aquella en la que la dirección de perturbación es perpendicular a la dirección de propagación. Ejemplos: las ondas producidas en cuerdas, las ondas sísmicas de tipo S y las ondas electromagnéticas.
Una onda longitudinal es aquella en la que la dirección de perturbación coincide con la dirección de propagación. Ejemplos: el sonido, las ondas sísmicas de tipo P, algunas ondas producidas en los muelles.
b) Repetido.

19) a) Explique el significado de las magnitudes que aparecen en la ecuación de un movimiento armónico simple e indique cuáles son sus respectivas unidades en el Sistema Internacional. b) Demuestre que en un oscilador armónico simple la aceleración es proporcional al desplazamiento de la posición de equilibrio pero de sentido contrario.
Repetido.

2012

20) a) Escriba la ecuación de un movimiento armónico simple y explique cómo varían con el tiempo la velocidad y la aceleración de la partícula. b) Comente la siguiente afirmación: “si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, su movimiento es armónico simple”.
Repetido.

21) a) Energía mecánica de un oscilador armónico simple. Utilice una representación gráfica para explicar la variación de las energías cinética, potencial y mecánica en función de la posición. b) Dos partículas de masas m_1 y m_2 ($m_2 > m_1$), unidas a resortes de la misma constante k, describen movimientos armónicos simples de igual amplitud. ¿Cuál de las dos partículas tiene mayor energía cinética al pasar por su posición de equilibrio? ¿Cuál de las dos pasa por esa posición a mayor velocidad? Razone las respuestas.
a) Repetido.
b) Al pasar por la posición de equilibrio, la energía cinética es máxima y la potencial vale cero. Como la energía mecánica se conserva, la Ec en la posición de equilibrio es: Ec = $\frac{1}{2}$ k A^2

Al ser el mismo resorte: $k_1 = k_2 \rightarrow m_1 \cdot \omega_1^2 = m_2 \cdot \omega_2^2 \rightarrow m_1 \cdot 4\,\pi^2 f_1^2 = m_2 \cdot 4\,\pi^2 f_2^2$

Al aumentar la masa, la frecuencia disminuye, pero k sigue siendo la msima, pues es el mismo muelle.

Por consiguiente, la energía cinética de ambos movimientos será la misma e igual a $\frac{1}{2}$ k A^2 al pasar por la posición de equilibrio.

Por otro lado, la energía cinética también es igual a: Ec = $\frac{1}{2}$ m v^2 , luego:

$$m = \frac{2 \cdot Ec}{v^2} \quad ; \quad m_1 = \frac{2 \cdot Ec}{v_1^2} \quad ; \quad m_2 = \frac{2 \cdot Ec}{v_2^2} \quad ; \quad m_2 > m_1 \rightarrow \quad \frac{2 \cdot Ec}{v_2^2} > \frac{2 \cdot Ec}{v_1^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad v_1^2 > v_2^2 \quad \rightarrow \quad v_1 > v_2$$

Cuanto mayor la masa, menos será su frecuencia y menor su velocidad al pasar por la posición de equilibrio.

2011

22) a) Movimiento armónico simple; características cinemáticas y dinámicas. b) Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: En un movimiento armónico simple la amplitud y la frecuencia aumentan si aumenta la energía mecánica.

23) a) Movimiento armónico simple; características cinemáticas y dinámicas. b) Un bloque unido a un resorte efectúa un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal. Razone cómo cambiarían las características del movimiento al depositar sobre el bloque otro de igual masa.

24) a) Escriba la ecuación de un movimiento armónico simple y explique el significado de cada una de las variables que aparecen en ella. b) ¿Cómo cambiarían las variables de dicha ecuación si el periodo del movimiento fuera doble? ¿Y si la energía mecánica fuera doble?

25) a) Escriba la ecuación de una onda estacionaria en una cuerda con sus dos extremos fijos, y explique el significado físico de cada una de los parámetros que aparecen en ella. b) Explique qué puntos de la cuerda del apartado anterior permanecen en reposo. ¿Qué puntos oscilan con amplitud máxima?

2010

26) a) Explique qué es un movimiento armónico simple y cuáles son sus características dinámicas. b) Razone cómo cambiarían la amplitud y la frecuencia de un movimiento armónico simple si: i) aumentara la energía mecánica, ii) disminuyera la masa oscilante.

27) La ecuación de una onda armónica es: $y(x,t) = A \text{ sen } (bt - cx)$. a) Indique las características de dicha onda y lo que representa cada uno de los parámetros A, b y c. b) ¿Cómo cambiarían las características de la onda si el signo negativo fuera positivo?

28) a) Explique qué son ondas longitudinales y transversales. b) ¿Qué diferencias señalaría entre las características de las ondas luminosas y sonoras?

2009

29) a) Escriba la ecuación de un movimiento armónico simple y explique el significado físico de cada una de las variables que aparecen en ella. b) ¿Cómo cambiarían las variables de dicha ecuación si se duplicaran el periodo del movimiento y la energía mecánica de la partícula?

30) a) Razone qué características deben tener dos ondas, que se propagan por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos, para que su superposición origine una onda estacionaria. b) Explique qué valores de la longitud de onda pueden darse si la longitud de la cuerda es L.

31) a) Explique qué magnitudes describen las periodicidades espacial y temporal de una onda e indique si están relacionadas entre sí. b) Razone qué tipo de movimiento efectúan los puntos de una cuerda por la que se propaga una onda armónica.

2008

32) a) Describa el movimiento armónico simple y comente sus características cinemáticas y dinámicas. b) Una masa oscila verticalmente suspendida de un muelle. Describa los tipos de energía que intervienen y sus respectivas transformaciones.

33) a) Explique qué son ondas estacionarias y describa sus características. b) En una cuerda se ha generado una onda estacionaria. Explique por qué no se propaga energía a través de la cuerda.

2007

34) Un movimiento armónico simple viene descrito por la ecuación: $x(t) = A \text{ sen } (\omega t + \delta)$.
a) Escriba la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo y explique cómo varían a lo largo de una oscilación. b) Deduzca las expresiones de las energías cinética y potencial en función de la posición y explique sus cambios a lo largo de la oscilación.

35) a) Explique qué es una onda armónica y escriba su ecuación. b) Una onda armónica es doblemente periódica. ¿Qué significado tiene esa afirmación? Haga esquemas para representar ambas periodicidades y coméntelos.

36) a) Defina qué es una onda estacionaria e indique cómo se produce y cuáles son sus características. Haga un esquema de una onda estacionaria y coméntelo. b) Explique por qué, cuando en una guitarra se acorta la longitud de una cuerda, el sonido resulta más agudo.

<u>2006</u>

37) a) Comente la siguiente afirmación: "las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas" y razone si una onda estacionaria transporta energía. b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua y al pulsar la cuerda de una guitarra se producen fenómenos ondulatorios. Razone qué tipo de onda se ha producido en cada caso y comente las diferencias entre ambas.

38) a) Demuestre que en un oscilador armónico simple la aceleración es proporcional al desplazamiento pero de sentido contrario. b) Una partícula realiza un movimiento armónico simple sobre el eje OX y en el instante inicial pasa por la posición de equilibrio. Escriba la ecuación del movimiento y razone cuándo es máxima la aceleración.

39) a) Explique qué son una onda transversal y una onda longitudinal. ¿Qué quiere decir que una onda está polarizada linealmente? b) ¿Por qué se dice que en un fenómeno ondulatorio se da una doble periodicidad? ¿Qué magnitudes físicas la caracterizan?

<u>2005</u>

40) La ecuación de una onda armónica en una cuerda tensa es: $y(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t - kx)$
a) Indique el significado de las magnitudes que aparecen en dicha expresión. b) Escriba la ecuación de otra onda que se propague en la misma cuerda en sentido opuesto, de amplitud mitad y frecuencia doble que la anterior.

41) Una partícula describe un movimiento armónico simple de amplitud A y frecuencia f.
a) Represente en un gráfico la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo y comente sus características. b) Explique cómo varían la amplitud, la frecuencia del movimiento y la energía mecánica de la partícula al duplicar el periodo de oscilación.

42) a) ¿Cuáles son las longitudes de onda posibles de las ondas estacionarias producidas en una cuerda tensa, de longitud L, sujeta por ambos extremos? Razone la respuesta. b) ¿En qué lugares de la cuerda se encuentran los puntos de amplitud máxima? ¿Y los de amplitud nula? Razone la respuesta.

43) Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la función de onda:

$$y = A \operatorname{sen} 2\pi(x/\lambda - t/T)$$

Razone a qué distancia se encuentran dos puntos de esa cuerda si: a) La diferencia de fase entre ellos es de π radianes. b) Alcanzan la máxima elongación con un retardo de un cuarto de periodo.

44) a) ¿Qué es una onda armónica o sinusoidal? ¿De cuáles de sus características depende la energía que transporta? b) ¿Qué diferencias existen entre el movimiento de una onda a través de un medio y el movimiento de las partículas del propio medio?

2003

45) Dos fenómenos físicos vienen descritos por las expresiones siguientes:

$$y = A \text{ sen } b\,t \quad ; \quad y = A \text{ sen } (b\,t - c\,x)$$

en las que “x” e “y” son coordenadas espaciales y “t” el tiempo. a) Explique de qué tipo de fenómeno físico se trata en cada caso e identifique los parámetros que aparecen en dichas expresiones, indicando sus respectivas unidades. b) ¿Qué diferencia señalaría respecto de la periodicidad de ambos fenómenos?

46) Considere la ecuación de onda: $y(x, t) = A \text{ sen } (b\,t - c\,x)$
a) ¿Qué representan los coeficientes A, b y c? ¿Cuáles son sus unidades? b) ¿Qué cambios supondría que la función fuera “cos” en lugar de “sen”? ¿Y que el signo dentro del paréntesis fuera “+” y no “-“?

2002

47) a) Represente gráficamente las energías cinética, potencial y mecánica de una partícula que vibra con movimiento armónico simple. b) ¿Se duplicaría la energía mecánica de la partícula si se duplicase la frecuencia del movimiento armónico simple? Razone la respuesta.

48) a) Explique las diferencias entre ondas transversales y ondas longitudinales y ponga algún ejemplo. b) ¿Qué es una onda estacionaria? Comente sus características.

2001

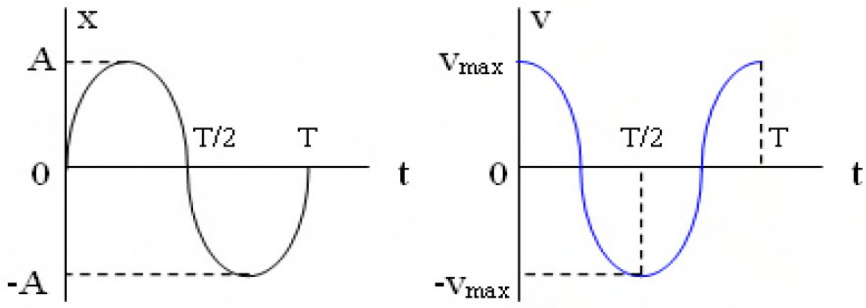
49) Indique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas:
a) Si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, el movimiento de la partícula es armónico simple. b) En un movimiento armónico simple la amplitud y la frecuencia aumentan si aumenta la energía.

50) a) Defina: onda, velocidad de propagación, longitud de onda, frecuencia, amplitud, elongación y fase. b) Dos ondas viajeras se propagan por un mismo medio y la frecuencia de una es doble que la de la otra. Explique la relación entre las diferentes magnitudes de ambas ondas.

Cuestiones propuestas en la ponencia de Física

51) Una partícula describe un movimiento armónico simple de amplitud A y frecuencia f.
a) Represente gráficamente la posición y la velocidad de la partícula en función del tiempo y explique las analogías y diferencias entre ambas representaciones. b) Explique cómo varían la amplitud y la frecuencia del movimiento y la energía mecánica de la partícula al duplicar el periodo de oscilación.
a) Suponiendo que en el instante inicial la partícula pasa por el origen, las ecuaciones que hay que representar son las siguientes:

$$x = A \cdot \text{sen } \omega t \quad ; \quad v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos \omega t \quad ; \quad a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen } \omega t$$

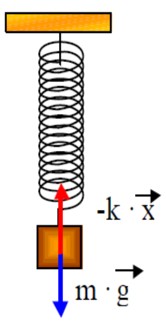


Analogías: - Ambas representaciones presentan subidas y bajadas periódicas desde un valor máximo y positivo hasta otro valor mínimo y negativo.
- Ambas son periódicas, se repite su forma después de transcurrido un tiempo igual al período.
Diferencias: - La curva de la posición parte del origen y la de la velocidad parte del valor máximo.
- La posición es máxima en T/4, mínima para 3T/4 y nula para el instante inicial, T/2 y T.
- La velocidad es máxima para tiempo cero y T. Es mínima para T/2 y nula para T/4 y 3T/4.
b) – Amplitud: si T' = 2 T, la amplitud no cambia, por que no depende del período: A' = A.
- Frecuencia: como: $f' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{2T} = \frac{f}{2}$, la frecuencia se reduce a la mitad.
- Frecuencia angular: $\omega' = 2\pi f' = 2\pi \cdot \frac{f}{2} = \frac{\omega}{2}$. Se reduce a la mitad.
- Constante elástica del resorte: $k' = m \cdot \omega'^2 = m \cdot (\frac{\omega}{2})^2 = \frac{m \cdot \omega^2}{4} = \frac{k}{4}$

La constante recuperadora se reduce a la cuarta parte.
- Energía mecánica: $E'_M = \frac{1}{2} k' \cdot A'^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{4} \cdot A^2 = \frac{E_M}{4}$

También se reduce a la cuarta parte.

52) Un bloque de masa m cuelga del extremo inferior de un resorte de masa despreciable, vertical y fijo por su extremo superior. a) Indique las fuerzas que actúan sobre la partícula explicando si son o no conservativas. b) Se tira del bloque hacia abajo y se suelta, de modo que oscila verticalmente. Analice las variaciones de energía cinética y potencial del bloque y del resorte en una oscilación completa.
a) Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son el peso, cuyo valor es: P = m g y la fuerza que realiza el muelle, cuyo valor es: F = k x . Tanto la fuerza de la gravedad, como la de los muelles perfectamente elásticos son conservativas.

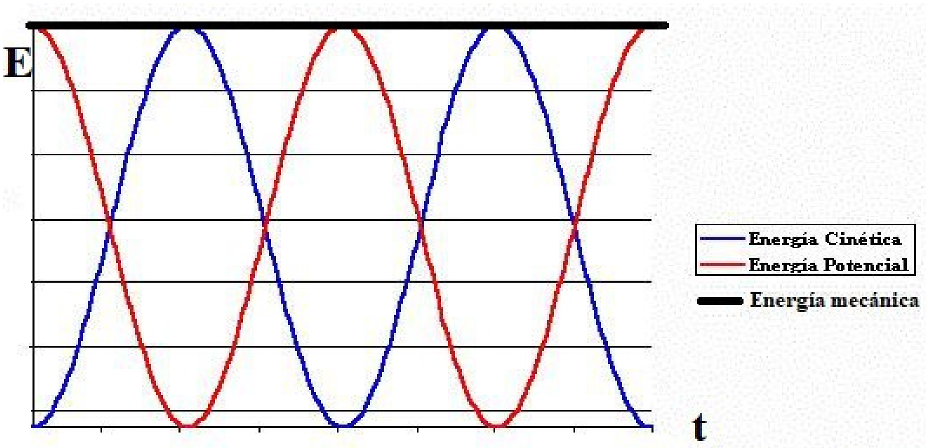


b) - Posición de la masa: $x = A \cdot \cos(\omega t)$

- Energía potencial: $Ep = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t)$

- Energía cinética: $Ec = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{sen}^2(\omega t)$

Al ser una fuerza conservativa, la energía mecánica se conserva y: $\Delta Ec = - \Delta Ep$. Al aumentar la energía cinética, la potencial disminuye y al contrario. La suma de ambas es la energía mecánica, que se conserva.



53) Un movimiento armónico simple viene descrito por la expresión: $x(t) = A\, \mathrm{sen}(\omega t + \delta)$
a) Indique el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en ella. b) Escriba la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo y explique si ambas magnitudes pueden anularse simultáneamente.

a) El movimiento armónico simple (M.A.S.) es un movimiento periódico y vibratorio en ausencia de fricción, producido por la acción de una fuerza recuperadora directamente proporcional a la posición y descrito en función del tiempo por una función senoidal (seno o coseno).

Significado físico:

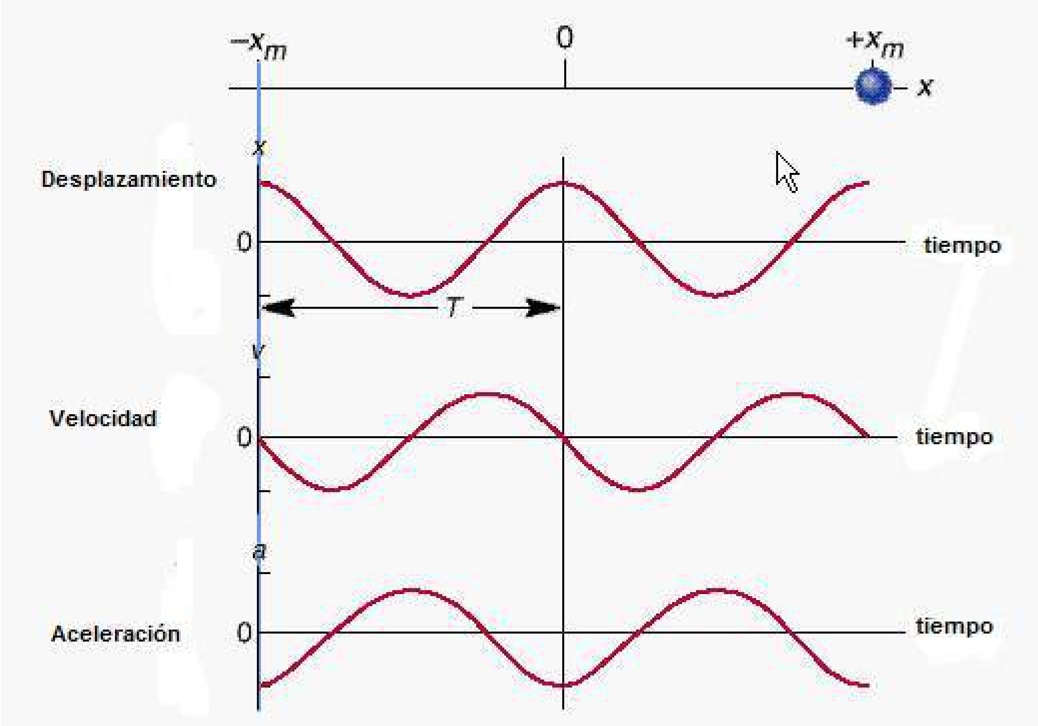
- $x(t)$: elongación (m): distancia del móvil a la posición de equilibrio. Es función del tiempo.
- A: amplitud (m): valor máximo de la elongación. Los valores máximos de amplitud se alcanzan en los extremos del movimiento.
- ω: frecuencia angular (rad/s): indica el ritmo de oscilación.
- t: tiempo (s).
- $\omega t + \delta$: fase (rad). Ángulo que nos indica en qué estado de oscilación se encuentra el móvil.
- δ: fase inicial (rad): valor de la fase para tiempo cero.

b) – Velocidad:

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \delta)$$

- Aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = - A\omega^2\, \mathrm{sen}(\omega t + \delta)$$



En ningún momento pueden anularse la velocidad y la aceleración simultáneamente, como puede verse en la gráfica. Cuando la velocidad se anula, la aceleración tiene su máximo o su mínimo. Y al contrario: cuando la aceleración se anula, la velocidad es máxima o mínima. Esto es por la naturaleza de las funciones seno y coseno, que representan a la aceleración y a la velocidad, respectivamente.

54) a) Explique las variaciones energéticas que se dan en un oscilador armónico durante una oscilación. ¿Se conserva la energía del oscilador? Razone la respuesta. b) Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, ¿cómo varía la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones? Razone la respuesta.

a) Se considera un oscilador armónico a toda aquella partícula dotada de MAS. Tanto posición como velocidad y aceleración de la partícula sujeta a este tipo de movimiento van a ir tomando los mismos valores para iguales intervalos de tiempo, denominados períodos, T. Cada partícula del medio en el que se propaga la onda poseerá una energía mecánica, suma de la energía potencial y la cinética. Se supone nulo el rozamiento en un MAS, luego las únicas fuerzas presentes son conservativas y la energía mecánica se conserva.

- Elongación: $y = A \cdot \text{sen}(\omega t)$
- Velocidad: $v = \dfrac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$
- Aceleración: $a = \dfrac{dv}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t) = -\omega^2 \cdot y$
- Segunda ley de Newton: $F = m\,a \;\rightarrow\; m \cdot \omega^2 \cdot y = k\,y \;\rightarrow\; k = m \cdot \omega^2$
- Energía en cualquier punto: $E_M = Ec + Ep = \dfrac{1}{2} m\, v^2 + \dfrac{1}{2} k\, x^2 =$

$$= \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t) = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

- Energía en elongación máxima: $E_M = Ec + Ep = 0 + \dfrac{1}{2} k\, A^2 = \dfrac{1}{2} k\, A^2$

- Energía en la posición de equilibrio: $E_M = Ec + Ep = \frac{1}{2} m v^2 + 0 = \frac{1}{2} m v^2$

b) La energía mecánica es: $E_M = \frac{1}{2} k \cdot A^2$. Como el oscilador es el mismo, la constante no cambia. Un cambio en la energía mecánica supone un cambio de amplitud.

$$\left.\begin{array}{l} E_{M1} = \frac{1}{2} k \cdot A_1^2 \\ \\ E_{M2} = \frac{1}{2} k \cdot A_2^2 \end{array}\right\} \quad \frac{E_{M2}}{E_{M1}} = \frac{\frac{1}{2} K \cdot A_2^2}{\frac{1}{2} K \cdot A_1^2} \rightarrow 2 = \frac{A_2^2}{A_1^2} \rightarrow A_2 = \sqrt{2} \cdot A_1$$

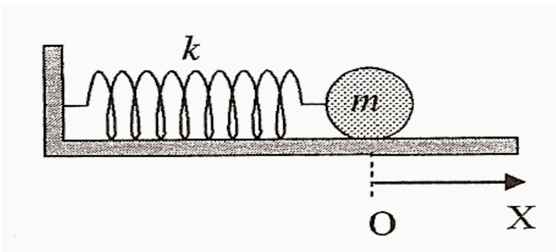
Por otro lado:

$$E_M = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2 = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2$$

$$\left.\begin{array}{l} E_{M1} = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot f_1^2 \cdot A_1^2 \\ \\ E_{M2} = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot f_2^2 \cdot A_2^2 \end{array}\right\} \quad \frac{E_{M2}}{E_{M1}} = \frac{f_2^2 \cdot A_2^2}{f_1^2 \cdot A_1^2} \rightarrow 2 = \frac{f_2^2}{f_1^2} \cdot 2 \rightarrow f_2 = f_1$$

55) a) Un cuerpo de masa **m**, unido a un resorte horizontal de masa despreciable, oscila con movimiento armónico simple. Si su energía mecánica es **E**, analice las variaciones de energía cinética y potencial durante una oscilación completa. b) Si el cuerpo se sustituye por otro de masa m/2, ¿qué le ocurre al período de oscilación? Razone la respuesta.

a)



Como no hay rozamiento, la única fuerza que actúa sobre la masa m es la fuerza elástica que ejerce el muelle y que siempre tiene el sentido hacia el punto de equilibrio del sistema. Como se trata de una fuerza conservativa, al trabajo realizado por esa fuerza se le puede asociar la variación de una función de energía potencial cambiada de signo: $W_{FC} = - \Delta Ep$

$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$; $v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$; $a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen } (\omega t) = - \omega^2 \cdot x$

- Segunda ley de Newton: $F = m\,a \;\rightarrow\; m \cdot \omega^2 \cdot x = k\,x \;\rightarrow\; k = m \cdot \omega^2$

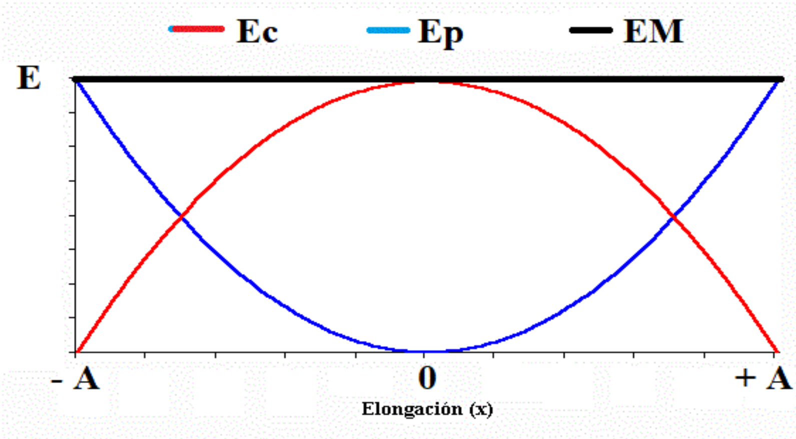
Tomando como origen de energía potencial el punto de equilibrio, se obtiene una expresión para la energía potencial elástica: $Ep = \frac{1}{2} k\,x^2$

- Energía mecánica en cualquier punto: $E_M = Ec + Ep = \frac{1}{2} m\,v^2 + \frac{1}{2} k\,x^2 =$

$$= \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t) = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

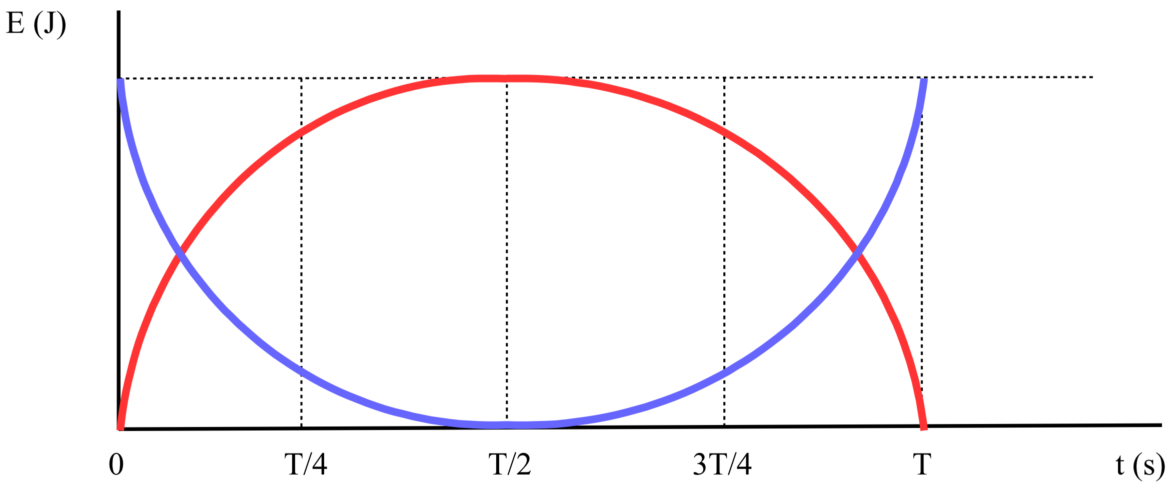
- Energía cinética: $Ec = E_M - Ep = \frac{1}{2} k \cdot A^2 - \frac{1}{2} k\,x^2 = \frac{1}{2} k\,(A^2 - x^2)$

- Gráfica de la energía frente a la elongación:



La Ep es máxima en los extremos y mínima e igual a cero en la posición de equilibrio. La Ec es máxima en la posición de equilibrio y mínima e igual a cero en los extremos. La energía mecánica permanece constante en cualquier punto del recorrido.

- Gráfica de la energía frente al tiempo:



b) – Constante elástica: $k = m \cdot \omega^2 = m \cdot \dfrac{4\cdot\pi^2}{T^2}$

Como la constante debe permanecer constante: $m_1 \cdot \omega_1^2 = m_2 \cdot \omega_2^2 \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{m_1 \cdot 4\cdot\pi^2}{T_1^2} = \frac{m_2 \cdot 4\cdot\pi^2}{T_2^2} \rightarrow \frac{m_1}{T_1^2} = \frac{m_2}{T_2^2} \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \rightarrow 2 = \frac{T_1^2}{T_2^2} \rightarrow T_2 = \frac{T_1}{\sqrt{2}}$$

El período es directamente proporcional a la masa, por lo que al disminuir la masa, disminuirá el período de oscilación.

56) Indique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas: a) Si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, el movimiento de la partícula es armónico simple. b) En un movimiento armónico simple la amplitud y la frecuencia aumentan si aumenta la energía.

a) Verdadero. La aceleración es proporcional a la elongación, x:

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

Si derivamos la elongación, obtenemos la ecuación de la velocidad:

$$v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Si derivamos la velocidad, obtenemos la ecuación de la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen } (\omega t) = - \omega^2 \cdot x$$

Esto nos indica que la aceleración en un movimiento armónico simple es una función armónica que depende sinusoidalmente del tiempo.

b) Falso. La amplitud cambia pero no el período. Suponiendo que el movimiento armónico simple descrito por una masa unida a un resorte, donde ni varia ni la masa ni la constante elástica, la frecuencia angular de oscilación es una característica propia del sistema y viene dada por: $\omega = \dfrac{2\cdot\pi}{T} = 2\pi\ f$. Por lo tanto, la frecuencia de oscilación no variará si aumentamos la energía mecánica del sistema. La energía mecánica del MAS se mantiene constante durante todo el movimiento, ya que solo actúan fuerzas conservativas: $E_M = \dfrac{1}{2} k \cdot A^2$. La energía mecánica depende de la constante elástica y de la amplitud, pero no del período. Vemos que un aumento de la energía mecánica se traduce en un aumento de la amplitud A del movimiento, ya que la constante elástica no cambiará.

57) ¿Se duplicaría la energía mecánica de la partícula si se duplicase la frecuencia del movimiento armónico simple? Razone la respuesta.

No, no se duplicaría, permanecería igual.

$$E_M = Ec + Ep = \frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

Si el muelle es el mismo, la constante k no varía. La única forma de cambiar la energía mecánica sería cambiando la amplitud del movimiento.

58) Explique cómo varían la amplitud y la frecuencia del movimiento y la energía mecánica de la partícula al duplicar el periodo de oscilación.
- La amplitud es la elongación máxima y no depende del período de oscilación: $A_2 = A_1$.
- La frecuencia del movimiento es el número de oscilaciones por segundo y es la inversa del período:

$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{2 \cdot T_1} = \frac{1}{2} \frac{1}{T_1} = \frac{f_1}{2}$. La frecuencia disminuye a la mitad.

- La energía mecánica es la energía total que posee el cuerpo: $E = Ec + Ep = \frac{1}{2} k \cdot A^2$

La energía mecánica no se modificará, pues k y A permanecerán constantes.

59) a) Demuestre que en un oscilador armónico simple la aceleración es proporcional al desplazamiento pero de sentido contrario. b) Una partícula realiza un movimiento armónico simple sobre el eje OX y en el instante inicial pasa por la posición de equilibrio. Escriba la ecuación del movimiento y razone cuándo es máxima la aceleración.
a) - Elongación: $x = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$
- Velocidad: $v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$
- Aceleración: $a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t) = - \omega^2 \cdot x$
b) Si empezamos a medir el tiempo cuando el oscilador está en la posición de equilibrio, el desfase φ_0 es cero.
- Ecuación del movimiento: $x = A \cdot \text{sen}(\omega t)$

- Aceleración: $a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t) = - \omega^2 \cdot x$. La aceleración es directamente proporcional a x, luego será máxima cuando x sea máxima, es decir, en los extremos y valdrá:

$a = = - \omega^2 \cdot A$

60) a) Describa el movimiento armónico simple y comente sus características cinemáticas y dinámicas. b) Una masa oscila verticalmente suspendida de un muelle. Describa los tipos de energía que intervienen y sus respectivas transformaciones.
a) Un cuerpo tiene un movimiento armónico simple (MAS) cuando oscila periódicamente bajo la acción de fuerzas elásticas restauradoras, que obedecen a la ley de Hooke y que por lo tanto son proporcionales a la distancia a la posición de equilibrio, es el caso de los cuerpos unidos a muelles, etc. En este movimiento, la posición del cuerpo es una función sinusoidal del tiempo (función seno o coseno dependiente del tiempo). Puesto que las funciones sinusoidales suelen denominarse armónicas, decimos que dicho cuerpo tiene un movimiento armónico simple.
≈Estudio cinemático:
- Elongación: $x = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$
en la que x representa la posición del móvil y se denomina elongación, A es la máxima o mínima elongación y se denomina amplitud, ω es la frecuencia angular y φ_0 es la fase inicial.

- Velocidad: $v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$
- Aceleración: $a = \frac{dv}{dt} = - A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t) = - \omega^2 \cdot x$

	Elongación, x	Velocidad, v	Aceleración, a
Extremo superior	Máxima = + A	0	Máxima = - $\omega^2 \cdot A$
Posición de equilibrio	0	Máxima = $A \cdot \omega$	Mínima = 0
Extremo inferior	Máxima = - A	0	Máxima = - $\omega^2 \cdot A$

Estudio dinámico:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Segunda ley de Newton: } F = m\,a = -\,m\,\omega^2\,x \\ \\ \text{Ley de Hooke: } F = -\,kx\end{array}\right\} \quad m\,\omega^2\,x = k\,x \;\rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

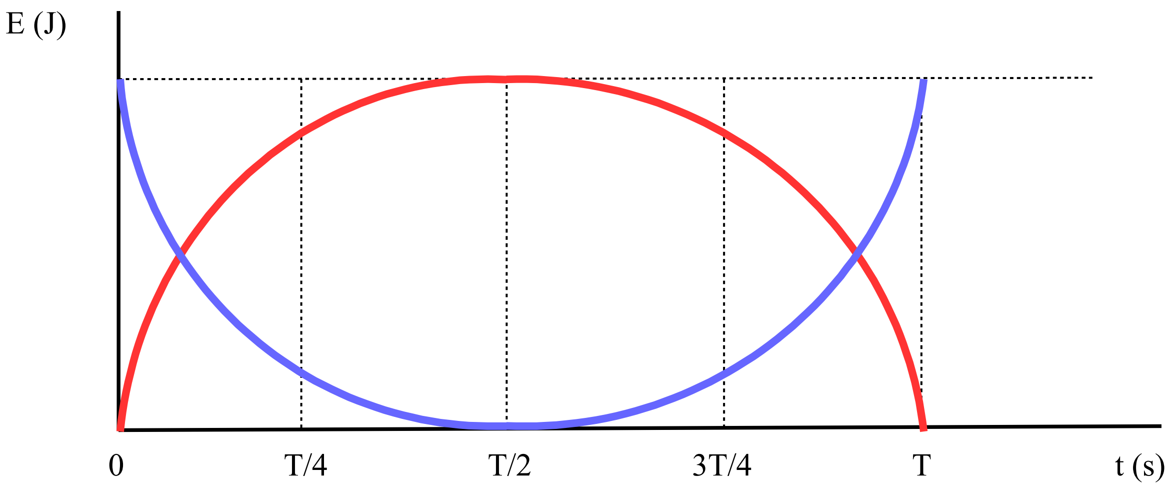
La frecuencia angular y por lo tanto la frecuencia y el periodo de un oscilador armónico dependen de sus propias características físicas, k la constante elástica del resorte y de la masa del cuerpo.

b) Inicialmente, al colgar el bloque del resorte este se estira hasta una nueva posición de equilibrio en la que queda anulada la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre el bloque, por la fuerza elástica del muelle.

$$F_E = P \;\rightarrow\; k\,x = m\,g \;\rightarrow\; k = \frac{m\,g}{x}$$

Posteriormente, desplazamos el bloque verticalmente hacia abajo para que comience a oscilar, pero ya no existe fuerza gravitatoria en toda la oscilación, por lo tanto no hay tampoco energía potencial gravitatoria, es decir, es como si el bloque oscilara horizontalmente. El único efecto que tiene la fuerza peso es el de estirar el muelle, el de desplazar la posición de equilibrio. Si movemos el cuerpo de la nueva posición de equilibrio y lo soltamos, las ecuaciones son las vistas anteriormente para el MAS.

Intervienen las energías cinética y potencial elástica y la mecánica, que es suma de las dos anteriores.



	Energía potencial, Ep	**Energía cinética, Ec**	**Energía mecánica, E_M**
Extremo superior	Máxima = $\frac{1}{2}$ k· A^2	Mínima = 0	Constante = $\frac{1}{2}$ k· A^2
Posición de equilibrio	Mínima = 0	Máxima = $\frac{1}{2}$ k· A^2	Constante = $\frac{1}{2}$ k· A^2
Extremo inferior	Máxima = $\frac{1}{2}$ k· A^2	Mínima = 0	Constante = $\frac{1}{2}$ k· A^2

61) ¿Cómo cambiarían las variables de la ecuación de movimiento de un MAS si se duplicaran el periodo de movimiento y la energía mecánica de la partícula?

La ecuación de movimiento de un MAS es: $x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$

- Si se duplica el período, la amplitud y la fase inicial no se alteran, pero sí la frecuencia angular:

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{2 \cdot T_1} = \frac{\omega_1}{2}$$

- Si se duplica la energía mecánica de la partícula, la frecuencia angular y el período no se alteran, pero sí la amplitud:

$$\left.\begin{array}{l} E_{M1} = \frac{1}{2} k \cdot A_1^2 \\ \\ E_{M2} = \frac{1}{2} k \cdot A_2^2 \end{array}\right\} \frac{E_{M2}}{E_{M1}} = \frac{A_2^2}{A_1^2} \rightarrow 2 = \frac{A_2^2}{A_1^2} \rightarrow A_2 = A_1 \cdot \sqrt{2}$$

62) Razone cómo cambiarían la amplitud y la frecuencia de un movimiento armónico simple si disminuyera la masa oscilante.

Si disminuimos la masa del oscilador, aumenta la frecuencia angular y por lo tanto aumenta la frecuencia. La amplitud no tiene ninguna relación con la masa.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Segunda ley de Newton: } F = m\,a = -\,m\,\omega^2\,x \\ \\ \text{Ley de Hooke: } F = -\,kx \end{array}\right\} m\,\omega^2\,x = k\,x \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow$$

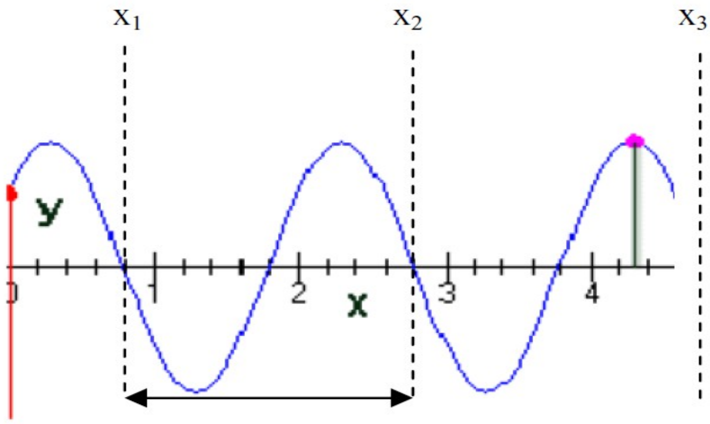
$$\rightarrow 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

La frecuencia es inversamente proporcional a la masa, luego al disminuir la masa, aumenta la frecuencia.

63) Explique la periodicidad espacial y temporal de las ondas y su interdependencia.
Repetido.

64) a) Explique las características de una onda estacionaria. b) Razone por qué la frecuencia del sonido producido por una cuerda de guitarra puede modificarse variando la tensión de la cuerda o pisando diferentes trastes (variando su longitud).

La representación de y frente a x es como la foto instantánea de una cuerda vibrando. Las posiciones de la cuerda en un determinado instante se reflejan en la siguiente gráfica:



En la gráfica podemos ver que, para dos puntos x_1 y x_2, separados por una distancia igual a una longitud de onda, se vuelve a alcanzar el mismo estado de vibración. Esto equivale matemáticamente a:

$(\omega t - k x_2) - (\omega t - k x_1) = 2\pi n$, pues la diferencia de fase debe ser múltiplo entero de 2π.

$$k x_2 - k x_1 = 2\pi n \quad ; \quad k(x_2 - x_1) = 2\pi n \quad ; \quad x_2 - x_1 = \frac{2\pi n}{k} \quad ; \quad x_2 - x_1 = \frac{2\pi n}{2\pi/\lambda} \quad ;$$

$$x_2 - x_1 = n\lambda$$

Se demuestra así que el estado de vibración de dos puntos de una onda en un mismo instante se repite cada longitud de onda.

Por otro lado:

$$\left.\begin{array}{l} x_2 - x_1 = n\lambda \\ \\ t_2 - t_1 = nT \end{array}\right\} \quad \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{n\lambda}{nT} \quad \rightarrow \quad v_{\text{propagación}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Es decir, la relación entre ambas expresiones nos da la velocidad de propagación de la onda en el medio por el que se desplaza.

b) En el punto en el que se origina la perturbación (foco), la vibración puede expresarse como: $y = A \cdot \cos(\omega t)$. Obsérvese que, para $t = 0$, $y = A$. Es decir, se considera el comienzo del MAS en el punto de elongación máxima.

Como se ha dicho, cada punto del medio repite la perturbación con un retraso t', dependiente de la distancia de dicho punto al foco y de la velocidad de propagación de la onda. Al considerar un desplazamiento con rapidez constante:

$$x = v_{propagación} \cdot t' \quad \rightarrow \quad t' = \frac{x}{v_{propagación}}$$

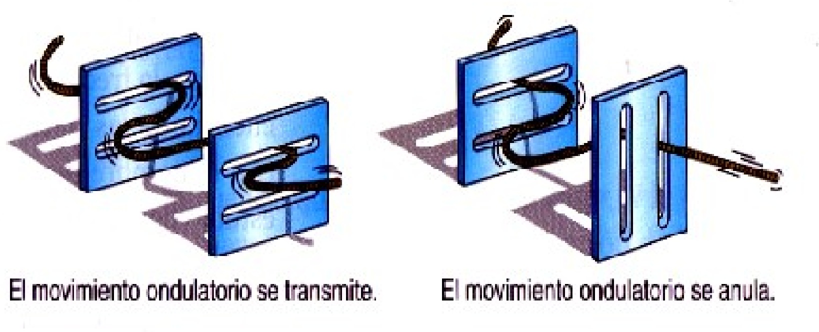
En un punto O, alejado del foco, la vibración llevará asociada tal retraso. Por lo tanto, el retardo de vibración de O en el tiempo t será el correspondiente a t – t':

$$y(x,t) = A \cdot \cos[\omega(t-t')] = A \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v_{propagación}}\right)\right] = A \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{\lambda f}\right)\right] =$$

$$= A \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{\lambda f}\right) = A \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi f x}{\lambda f}\right) = A \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) =$$

$$= A \cdot \cos(\omega t - kx) \quad \rightarrow \quad y(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx)$$

65) a) ¿En qué consiste el fenómeno de polarización de las ondas? b) ¿Se puede polarizar el sonido? Razone la respuesta.
a) En las ondas transversales, las partículas pueden vibrar en cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación. Si forzamos a que las vibraciones se produzcan en un único plano, tendremos una onda polarizada plana. El plano que determinan los planos de propagación y de vibración se denomina plano de polarización. Al generar una onda en una cuerda, las partículas pueden vibrar en cualquier dirección perpendicular a la misma. Pero si se coloca una ventana estrecha, tan sólo podrán pasar por ella las ondas que vibren a lo largo de la ranura; se habrá creado entonces una onda polarizada a lo largo de la ventana.



b) En las ondas longitudinales, como el sonido, la única vibración posible de las partículas es la de la dirección de propagación, por lo que carece de sentido hablar de ondas polarizadas (tal y como afirmó Malus, la polarización es un fenómeno que nos permite diferenciar entre ondas longitudinales y transversales).

66) a) Haga un análisis cualitativo de las ondas estacionarias indicando cómo se producen, qué las caracteriza y qué las diferencia de las ondas viajeras. b) En una cuerda se forma una onda estacionaria. Explique por qué no se transmite energía a lo largo de la cuerda.
a) Repetido.
b) Ante todo, no es un movimiento ondulatorio. No tenemos propagación de energía a lo largo de la cuerda, debido a que tenemos dos ondas viajeras idénticas (con igual v) pero de sentidos contrarios. La velocidad total de propagación es nula. Tampoco posee λ, f, v, k ni A propias. Estas magnitudes que aparecen en la expresión pertenecen a las ondas viajeras que se han superpuesto.

67) Considere la ecuación: y(x,t) = A cos (bx) sen (ct). a) ¿Qué representan los coeficientes A, b, c?, ¿cuáles son sus unidades?, ¿cuál es el significado del factor A cos (b x). b) ¿qué son los vientres y nodos?, ¿qué diferencia hay entre vientres y nodos consecutivos?

a) La ecuación dada es la que corresponde a la ecuación del movimiento para una onda estacionaria. Se obtiene superponiendo dos ondas que se propagan con la misma frecuencia, amplitud y dirección pero en distinto sentido.

$y_1 = A' \cdot \text{sen}(\omega t + kx)$; $y_2 = A' \cdot \text{sen}(\omega t - kx)$

$y = y_1 + y_2 = A' \cdot \text{sen}(\omega t + kx) + A' \cdot \text{sen}(\omega t - kx)$

La suma de dos senos se puede expresar como: $\text{sen } a + \text{sen } b = 2 \cdot \text{sen } \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$

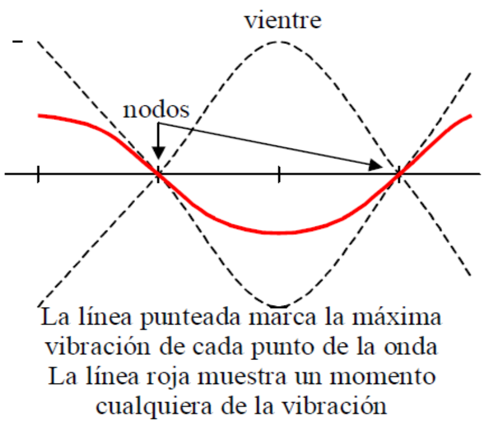
Sustituyendo a = ωt + kx y b = ωt – kx:

$$y = 2A' \,.\, \text{sen } \frac{\omega t + kx + \omega t - kx}{2} \cos \frac{\omega t + kx - \omega t + kx}{2} = 2A' \text{ sen}(\omega t) \cos(kx)$$

Comparando este resultado con las ecuaciones de las ondas que interfirieron inicialmente podemos concluir que:

- A = 2A' : es el doble de la amplitud de las ondas incidentes. Se mide en metros.
- B = k : es el número de onda que indica el número de longitudes de onda que hay en la distancia 2 π. . Se mide en m^{-1}.
- C = ω : es la pulsación o frecuencia angular de las ondas incidentes. Se mide en hercios, $Hz = s^{-1}$.
- El factor A·cos(bx) indica la amplitud con la que vibran cada uno de los puntos de la onda estacionaria que como se puede comprobar depende de la posición.

b) Los vientres son los puntos de la onda en los que se vibra con la máxima amplitud. La distancia entre dos vientres consecutivos es media longitud de onda. Los nodos son los puntos donde no se produce vibración. La distancia entre dos nodos consecutivos también es media longitud de onda. La distancia entre un vientre y un nodo es un cuarto de longitud de onda.



68) Considere la siguiente ecuación de onda: $y(x,t) = A \text{ sen } (bt - cx)$. a) ¿Qué representan los coeficientes A, b, c? ¿Cuáles son sus unidades? b) ¿Qué interpretación tendría que la función fuera "coseno" en lugar de "seno"? ¿Y que el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de –?

a) Comparando la expresión dada con la ecuación general de una onda encontramos que:

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen } (\omega t - kx)$$

- A es la amplitud de la onda que indica el valor máximo de la elongación que sufren los puntos del medio por los que pasa la onda. Sus unidades en el S.I. son los metros.

- b es la pulsación o frecuencia angular, $b = \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$. Sus unidades en el sistema internacional son rad/s.

- c es el número de ondas, $c = k = \frac{2\pi}{\lambda}$: indica el número de longitudes de onda que hay en la distancia 2π. Sus unidades son rad/m.

b) Tanto la función seno como la función coseno son útiles para definir el movimiento periódico de una partícula en el espacio o en el tiempo ya que ambas varían de igual modo y toman sus valores entre –1 y +1. La única diferencia entre ambas es que se encuentran desfasadas 90º. El signo del interior del paréntesis indica el sentido de desplazamiento de la onda. Cuando el signo es positivo la onda se desplaza en el sentido negativo del eje de abscisas y cuando el signo es negativo, la onda se desplaza en el sentido positivo.

69) La ecuación de una onda armónica en una cuerda tensa es: $y(x,t) = A \text{ sen } (\omega t - kx)$. Escriba la ecuación de otra onda que se propague en la misma cuerda, en sentido opuesto, de amplitud mitad y frecuencia doble que la anterior.

$A' = \frac{A}{2}$; $f' = 2f$. Como: $\omega = 2\pi f \rightarrow \omega' = 2\omega$

Al desplazarse por la misma cuerda (suponemos que con la misma tensión T), lo hace con la misma velocidad de propagación: $v_{propagación} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, siendo μ la densidad lineal de la cuerda.

Podemos calcular la relación entre las longitudes de onda:

$$\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{v}{2f} = \frac{\lambda}{2}$$

Y también entre los números de onda:

$$k' = \frac{2\pi}{\lambda'} = \frac{2\pi}{\lambda/2} = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = 2k$$

La nueva ecuación es: $y'(x,t) = A' \text{ sen } (\omega' t + k' x)$, en la que ha cambiado el signo del ángulo porque lo ha hecho el sentido en el que se desplaza la onda. Sustituyendo los nuevos parámetros por su relación con los anteriores:

$$y'(x,t) = \frac{A}{2} \text{ sen } (2\omega t + 2kx)$$

70) a) Explique las diferencias entre ondas longitudinales y ondas transversales. Cita un ejemplo de cada una de ellas.

En las ondas longitudinales la vibración de los puntos del medio se produce en la misma dirección en que se propaga la onda, mientras que en las ondas transversales la vibración se produce en una dirección perpendicular a la de propagación de la onda. Un ejemplo real de onda longitudinal es el sonido: las partículas de aire vibran en la dirección de propagación del sonido (más exactamente se producen variaciones de presión, compresiones y rarefacciones en esa dirección). Un ejemplo real de onda transversal es una onda propagándose por una cuerda o la luz (oscilaciones del campo electromagnético en direcciones perpendiculares al rayo de luz).

71) En una onda estacionaria, ¿varía la amplitud de la perturbación en los puntos comprendidos entre dos nodos consecutivos? ¿Y la frecuencia?

Una onda estacionaria es un caso particular de interferencia. Consiste en la superposición de dos ondas armónicas que se propagan por el mismo medio, con las mismas A, ω, λ, f y dirección pero de sentidos contrarios.

La amplitud sí varía en los puntos comprendidos entre dos nodos consecutivos, ya que la amplitud es función de la distancia x:

- Para ondas estacionarias con extremos libres: $A(x) = 2A \cdot \cos(kx)$
- Para ondas estacionarias con extremos fijos: $A(x) = 2A \cdot \text{sen}(kx)$

La frecuencia entre dos nodos consecutivos no cambia, pues la superposición de dos ondas de la misma frecuencia da lugar a una onda estacionaria de la misma frecuencia que las anteriores.

72) Indique si es verdadera o falsa la siguiente afirmación, razonando la respuesta: la velocidad de propagación de una onda armónica es proporcional a su longitud de onda.

Verdadero. Para dos puntos x_1 y x_2, separados por una distancia igual a una longitud de onda, se vuelve a alcanzar el mismo estado de vibración. Esto equivale matemáticamente a:

$(\omega t - k x_2) - (\omega t - k x_1) = 2\pi n$, pues la diferencia de fase debe ser múltiplo entero de 2π.

$k x_2 - k x_1 = 2\pi n$; $k(x_2 - x_1) = 2\pi n$; $x_2 - x_1 = \dfrac{2\pi n}{k}$; $x_2 - x_1 = \dfrac{2\pi n}{2\pi/\lambda}$;

$x_2 - x_1 = n\lambda$

Se demuestra así que el estado de vibración de dos puntos de una onda en un mismo instante se repite cada longitud de onda.

Por otro lado:

$$\left.\begin{array}{l} x_2 - x_1 = n\lambda \\ \\ t_2 - t_1 = nT \end{array}\right\} \quad \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{n\lambda}{nT} \quad \rightarrow \quad v_{\text{propagación}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

73) a) Defina: onda, velocidad de propagación, longitud de onda, frecuencia, amplitud, elongación y fase. b) Dos ondas viajeras se propagan por un mismo medio y la frecuencia de una es doble que la de la otra. Explique la relación entre las diferentes magnitudes de ambas ondas.

a) Repetido.

b) Vamos a considerar ondas de tipo mecánico. Para este tipo de ondas la velocidad de propagación sólo depende del medio y sus características.

- Período:

$f_2 = 2\ f_1 \rightarrow \quad \frac{1}{T_2} = 2\ .\ \frac{1}{T_1} \rightarrow \quad \mathbf{T_1 = 2 \cdot T_2}$

- Frecuencia angular:

$\omega_2 = 2\ \pi\ f_2 \quad ; \quad \omega_1 = 2\ \pi\ f_1 \quad \rightarrow \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{f_2}{f_1} = 2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\omega_2 = 2 \cdot \omega_1}$

- Velocidad: al propagarse por el mismo medio, tienen la misma velocidad: $\mathbf{v_2 = v_1}$

- Longitud de onda: $v_1 = v_2 \quad \rightarrow \quad \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \quad \rightarrow \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\lambda_1 = 2 \cdot \lambda_2}$

- Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} \quad ; \quad \lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2} \quad ; \quad \lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1} \quad \rightarrow$

$$\rightarrow \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{2\pi}{k_2}}{\frac{2\pi}{k_1}} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \mathbf{k_2 = 2\ k_1}$$

Tampoco lo están las longitudes de onda, λ, ni el número de onda, k, ni la fase inicial,

74) Dos fenómenos físicos vienen descritos por las expresiones siguientes:

$$y = A \text{ sen } (b\ t) \qquad\qquad y = A \text{ sen } (b\ t - c\ x)$$

en las que "x" e "y" son coordenadas espaciales y "t" el tiempo. a) Explique de qué tipo de fenómeno físico se trata en cada caso e identifique los parámetros que aparecen en dichas expresiones, indicando sus respectivas unidades. b) ¿Qué diferencia señalaría respecto de la periodicidad de ambos fenómenos?

a) Repetido.

b) La primera ecuación es la elongación en un MAS (movimiento armónico simple), la elongación es función exclusiva del tiempo. En el segundo caso, la ecuación es de una onda armónica, pues existe una doble dependencia de la elongación con el tiempo y con el valor de x. El signo menos indica que se desplaza hacia la parte positiva del eje X.

75) Considere la ecuación de onda: y (x, t) = A sen (b t – c x)

a) ¿Qué representan los coeficientes A, b y c? ¿Cuáles son sus unidades? b) ¿Qué cambios supondría que la función fuera "cos" en lugar de "sen"? ¿Y que el signo dentro del paréntesis fuera "+" y no "-"?

76) La ecuación de una onda armónica en una cuerda tensa es: y(x,t) = A sen (ω t - kx)

a) Indique el significado de las magnitudes que aparecen en dicha expresión. b) Escriba la ecuación de otra onda que se propague en la misma cuerda en sentido opuesto, de amplitud mitad y frecuencia doble que la anterior.

77) a) Comente la siguiente afirmación: “las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas” y razone si una onda estacionaria transporta energía. b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua y al pulsar la cuerda de una guitarra se producen fenómenos ondulatorios. Razone qué tipo de onda se ha producido en cada caso y comente las diferencias entre ambas.

78) a) Explique qué son una onda transversal y una onda longitudinal. ¿Qué quiere decir que una onda está polarizada linealmente? b) ¿Por qué se dice que en un fenómeno ondulatorio se da una doble periodicidad? ¿Qué magnitudes físicas la caracterizan?

79) a) Explique qué es una onda armónica y escriba su ecuación. b) Una onda armónica es doblemente periódica. ¿Qué significado tiene esa afirmación? Haga esquemas para representar ambas periodicidades y coméntelos.

80) a) Defina qué es una onda estacionaria e indique cómo se produce y cuáles son sus características. Haga un esquema de una onda estacionaria y coméntelo. b) Explique por qué, cuando en una guitarra se acorta la longitud de una cuerda, el sonido resulta más agudo.

81) a) Explique qué son ondas estacionarias y describa sus características. b) En una cuerda se ha generado una onda estacionaria. Explique por qué no se propaga energía a través de la cuerda.

82) a) Razone qué características deben tener dos ondas que se propagan por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos, para que su superposición origine una onda estacionaria. b) Explique qué valores de la longitud de onda pueden darse si la longitud de la cuerda es L.

83) a) Explique qué magnitudes describen las periodicidades espacial y temporal de una onda y explique si están relacionadas entre si. b) Razone qué tipo de movimiento efectúan los puntos de una cuerda por la que propaga una onda armónica.

84) La ecuación de una onda armónica es: $y(x,t) = A \text{ sen } (bt - cx)$
a) Indique las características de dicha onda y lo que representa cada uno de los parámetros A, b y c.
b) ¿Cómo cambiarían las características de la onda si el signo negativo fuera positivo?

85) a) Escriba la ecuación de una onda estacionaria en una cuerda con sus dos extremos fijos, y explique el significado físico de cada una de los parámetros que aparecen en ella. b) Explique qué puntos de la cuerda del apartado anterior permanecen en reposo. ¿Qué puntos oscilan con amplitud máxima?

86) ¿Qué diferencias señalarías entre las características de las ondas luminosas y sonoras?