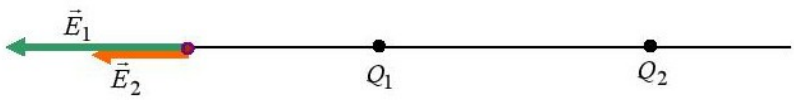
CUESTIONES RESUELTAS DE CAMPO ELÉCTRICO

1) Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia **d**. a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto? Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto? b) Repita el apartado anterior suponiendo que las cargas fueran de distinto signo.

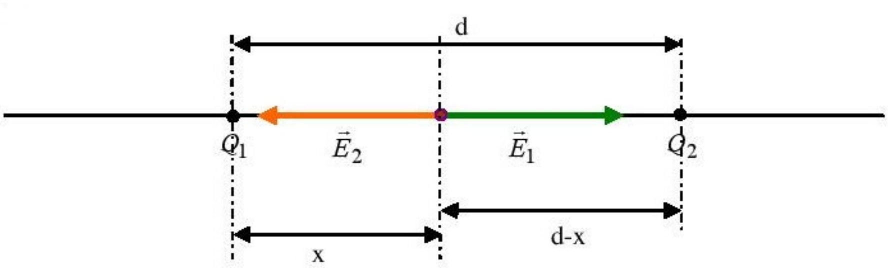
Solución: a) El campo eléctrico resultante de la presencia de dos cargas puntuales iguales sólo podría ser nulo en un punto de la recta que pasa por ambas cargas. En cualquier otro punto del espacio (P), SIEMPRE existirá una componente del campo no NULA, la cual produciría un efecto neto. La búsqueda de ese punto en el que **E** = 0 la realizaremos dividiendo la recta que une las cargas en tres segmentos (ver figura), y suponiendo las cargas positivas.

Segmento A:



En esta zona el campo eléctrico neto no será nunca nulo, puesto que E_2 y E_1 , tienen el mismo sentido, por lo que sus módulos se sumarán.

Segmento B:



$$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{K \cdot Q}{(d - x)^2}\,\mathbf{i} - \frac{K \cdot Q}{x^2}\,\mathbf{i} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{(d - x)^2} - \frac{1}{x^2} = 0 \quad \rightarrow$$

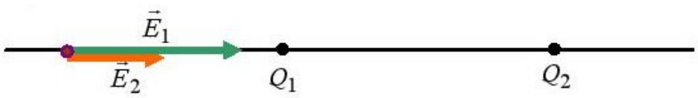
$$\rightarrow \quad \frac{1}{(d - x)^2} = \frac{1}{x^2} \quad \rightarrow \quad x^2 = (d - x)^2 \quad \rightarrow \quad x = d - x \quad \rightarrow \quad 2\,x = d \quad \rightarrow \quad x = \frac{d}{2}$$

Es decir, el campo se anulará en el punto medio que une las cargas.

Segmento C: la circunstancia es la misma que la del segmento A

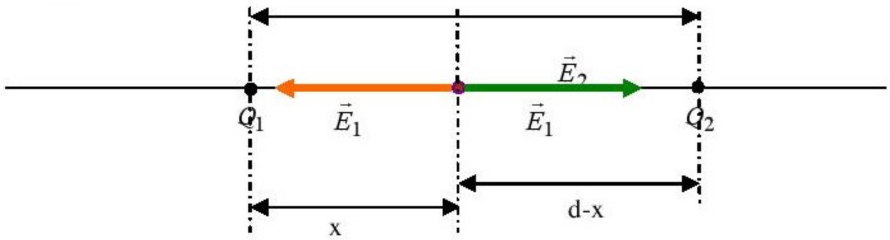
b) El argumento de partida es el mismo que el del apartado a), y seguiremos el mismo tratamiento.

Segmento A:



En esta zona el campo eléctrico neto NO SERÁ NUNCA NULO, puesto que E_2 y E_1 , tienen el mismo sentido, por lo que sus módulos se sumarán.

Segmento B:

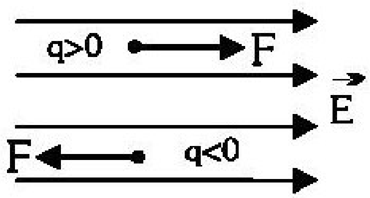


$$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{K \cdot Q}{(d-x)^2}\,\mathbf{i} - \frac{K \cdot Q}{x^2}\,\mathbf{i} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{(d-x)^2} - \frac{1}{x^2} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{(d-x)^2} = \frac{1}{x^2} \quad \rightarrow \quad x^2 = (d-x)^2 \quad \rightarrow \quad x = d - x \quad \rightarrow \quad 2x = d \quad \rightarrow \quad x = \frac{d}{2}$$

Es decir, el campo se anulará en el punto medio que une las cargas.
Segmento C: la circunstancia es la misma que la del segmento A

2) Una partícula se encuentra en reposo en el punto (0,0) y se aplica un campo eléctrico uniforme dirigido: a) En el sentido positivo del eje X. b) En el sentido negativo del eje X. c) En el sentido positivo del eje Y. d) En el sentido negativo del eje y. Describa la trayectoria seguida por la partícula y el tipo de movimiento. Exprese si aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento.
Solución:

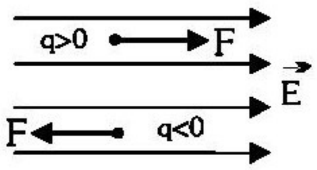


* Relación entre la fuerza y el campo: **F** = q · **E**

Partícula	Dirección de E	Dirección de F	Trayectoria	Movimiento	Ec	Ep
Positiva	Derecha	Derecha	Recta hacia la derecha	Acelerado	Aumenta	Disminuye
Negativa	Derecha	Izquierda	Recta hacia la izquierda	Acelerado	Aumenta	Disminuye
Positiva	Izquierda	Izquierda	Recta hacia la izquierda	Acelerado	Aumenta	Disminuye
Negativa	Izquierda	Derecha	Recta hacia la derecha	Acelerado	Aumenta	Disminuye

Como parte del reposo, la partícula irá en la dirección y sentido de la fuerza. Si la partícula es positiva, el campo y la fuerza tienen las mismas dirección y sentido. Si la partícula es negativa, el campo y la fuerza tienen sentidos opuestos. Como en todos los casos se parte del reposo, el movimiento será acelerado al aplicarle una fuerza (2ª ley de Newton). Como el campo eléctrico es conservativo, la energía mecánica permanece constante, luego: $\Delta Ep = - \Delta Ec$. Si la energía potencial aumenta, la cinética disminuye y al contrario.

3) Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico con una velocidad inicial. Indica la trayectoria, el tipo de movimiento y si las energías potencial aumentan o disminuyen dependiendo de si la partícula es positiva o negativa y si el ángulo con el que penetra en el campo es de 0º o 90º.
Solución:



Partícula	**Dirección de v_0**	**Dirección de E**	**Dirección de F**	**Trayectoria**	**Movimiento**	**Ec**	**Ep**
Positiva	Derecha	Derecha	Derecha	Recta hacia la derecha	Acelerado	Aumenta	Dismi.
Negativa	Derecha	Derecha	Izquierda	Recta hacia la derecha y después a la izquierda	Desacelerado y después, acelerado	Dismin. y aumenta	Aumen. y dismin.
Positiva	Izquierda	Derecha	Derecha	Recta hacia la izquierda y después a la derecha	Desacelerado y después, acelerado	Dismin. y aumenta	Aumen. y dismin.
Negativa	Izquierda	Derecha	Izquierda	Recta hacia la izquierda	Acelerado	Aumenta	Dismi.
Positiva	Arriba	Derecha	Derecha	Parábola hacia arriba a la derecha	Acelerado	Aumenta	Dismi.
Negativa	Arriba	Derecha	Izquierda	Parábola hacia arriba a la izquierda	Acelerado	Aumenta	Dismi.
Positiva	Abajo	Derecha	Derecha	Parábola hacia abajo a la derecha	Acelerado	Aumenta	Dismi.
Negativa	Abajo	Derecha	Izquierda	Parábola hacia abajo a la izquierda	Acelerado	Aumenta	Dismi.

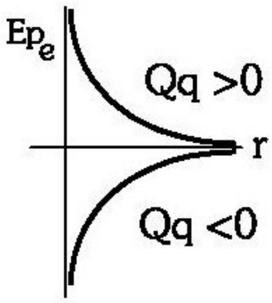
4) a) Energía potencial electrostática de una carga en presencia de otra. b) Razone si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye al pasar de un punto A a otro B siendo el potencial en A menor que en B. c) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razone si la carga Q es positiva o negativa.

Solución: a) Es la energía que almacena una carga en función de su posición en un campo electrostático. También se define como el trabajo necesario para mover una carga desde su posición hasta el infinito. Como el campo electrostático es conservativo:

$$\Delta Ep = - W = - \int_A^B F \cdot dr = - \int_A^B \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \mathbf{u_r} \cdot dr \cdot \mathbf{u_r} = - K \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot \int_A^B \frac{dr}{r^2} =$$

$$= - K \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot \left[\frac{-1}{r}\right]_A^B = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{r_B} - \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{r_A}$$

Si tomamos como referencia: $r_A \rightarrow \infty$, $Ep_A = 0$ $\rightarrow$ $Ep = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{r_B}$. La energía potencial se mide en julios y su signo depende de los signos de Q_1 y Q_2 . Su variación con la distancia es:



b) La energía potencial electrostática se obtiene a partir del producto de la carga por el potencial.

$E_{PA} = q \cdot V_A$; $E_{PB} = q \cdot V_B$. Como $V_A > V_B$ se pueden dar dos situaciones diferentes en función del signo de la carga q: Si $q > 0 \Rightarrow q \cdot V_A > q \cdot V_B$; Si $q < 0 \Rightarrow q \cdot V_A < q \cdot V_B$ .En el caso de que la carga sea negativa la energía potencial de dicha carga aumenta al trasladarse de A a B y en el caso de que q sea positiva, la energía disminuye.

c) La expresión del potencial creado por una carga puntual Q es: $V = \frac{K \cdot Q}{r}$. Como $r_A > r_B$ (porque dicen que el punto A está más lejos de Q) la única posibilidad de que el potencial en A sea mayor que en B es que el valor de la carga sea negativo. Obsérvese que el potencial siempre tiene el signo de la carga.

5) a) Una partícula cargada negativamente pasa de un punto A, cuyo potencial es V_A, a otro B, cuyo potencial es $V_B > V_A$. Razone si la partícula gana o pierde energía potencial. b) Los puntos C y D pertenecen a una misma superficie equipotencial. ¿Se realiza trabajo al trasladar una carga (positiva o negativa) desde C a D? Justifique la respuesta.

Solución: a) El campo eléctrico es conservativo, por lo que se cumple que: $W = - \Delta Ep$.

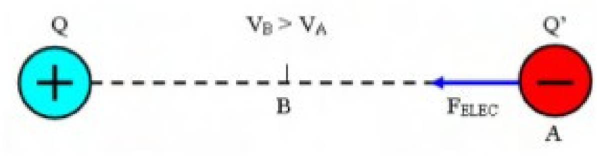
Por otro lado, el trabajo necesario para trasladar una carga Q' desde un punto A a un punto B es:

$W = Q' \cdot (V_A - V_B)$

Igualando ambas ecuaciones: $-\Delta Ep = Q' \cdot (V_A - V_B) \rightarrow \Delta Ep = Q' \cdot (V_B - V_A) = Q' \cdot \Delta V$

Al ser $V_B > V_A \rightarrow \Delta V > 0$. Y como $Q' < 0 \rightarrow \Delta Ep < 0$. Luego la energía potencial disminuye.

Para explicarlo intuitivamente, supongamos que la carga Q que crea el campo es positiva:



Para que Q' se desplace hacia potenciales crecientes, ha de hacerlo en el mismo sentido que la interacción eléctrica (atractiva), por lo tanto es el campo el que realiza el trabajo (positivo) y lo hace a costa de disminuir la energía potencial: $Ep_B < Ep_A$.

b) El trabajo eléctrico para trasladar una carga Q' desde un punto C hasta otro D de un campo eléctrico, viene dado por la expresión: $W = Q' \cdot (V_C - V_D)$. Como C y D son puntos de una misma superficie equipotencial, tienen igual potencial y por lo tanto no se realiza trabajo.

6) Indique si son o no correctas las siguientes frases, justificando las respuestas: a) Si dos puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico, el campo eléctrico en los puntos del segmento que une dichos puntos es nulo. b) El trabajo necesario para transportar una carga de un punto a otro que se encuentra a distinto potencial eléctrico, es nulo.

Solución: a) La afirmación no es correcta, por ser incompleta. Las superficies equipotenciales son perpendiculares al campo eléctrico. Por lo tanto, todos los puntos que pertenecen a la superficie equipotencial están a la misma distancia de la carga que crea el campo. Esto supone un mismo valor del campo para todos ellos, puesto que:

$E = \frac{K \cdot Q}{r^2}$ (Por ser r el mismo para todos los puntos de la superficie equipotencial)

Otro modo de demostrarlo sería a través de la ecuación que relaciona el campo eléctrico y el potencial en un punto:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \rightarrow \Delta V = -E \cdot \Delta x$$

Teniendo en cuenta que los puntos pertenecen a la misma superficie equipotencial, ΔV es nulo, y el segundo miembro podrá anularse si Δx es también nulo, independientemente del valor del campo eléctrico.

b) Falso. La relación entre el trabajo realizado por el campo eléctrico y el valor del potencial viene expresado a través de la ecuación:

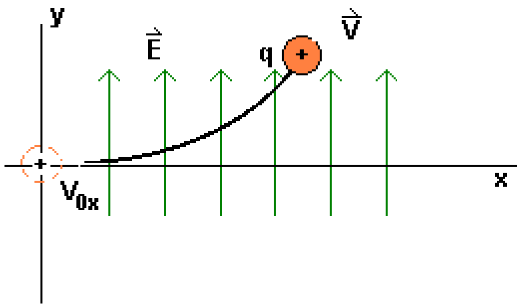
$W_{AB} = Q \cdot (V_A - V_B)$, y puesto que $V_A \neq V_B$, $W_{AB} \neq 0$, la única alternativa para que el trabajo realizado sea nulo es, precisamente, $V_A = V_B$.

7) Razone si la energía potencial electrostática de una carga **q** aumenta o disminuye, al pasar del punto **A** al punto **B**, siendo el potencial en **A** mayor que en **B**. b) El punto **A** está más alejado que el **B** de la carga **Q** que crea el campo. Razone si la carga **Q** es positiva o negativa.
Solución: a) La energía potencial electrostática se obtiene a partir del producto de la carga por el potencial: $Ep_A = q \cdot V_A$; $Ep_B = q \cdot V_B$
Como $V_A > V_B$ se pueden dar dos situaciones diferentes en función del signo de la carga q:
Si $q > 0 \Rightarrow q \cdot V_A > q \cdot V_B$; Si $q < 0 \Rightarrow q \cdot V_A < q \cdot V_B$
En el caso de que la carga sea negativa la energía potencial de dicha carga aumenta al trasladarse de A a B y en el caso de que q sea positiva, la energía disminuye.
b) La expresión del potencial creado por una carga puntual Q es: $V = \frac{K \cdot Q}{r}$
Como $r_A > r_B$ (porque dicen que el punto A está más lejos de Q) la única posibilidad de que el potencial en A sea mayor que en B es que el valor de la carga sea negativo (observar que el potencial siempre tiene el signo de la carga).

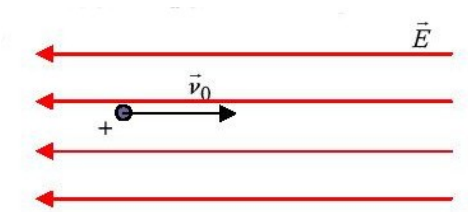
8) a) Explique las analogías y diferencias entre el campo electrostático creado por una carga puntual y el campo gravitatorio creado por una masa puntual, en relación con su origen, intensidad relativa, y carácter atractivo/repulsivo. b) ¿Puede anularse el campo gravitatorio y/o el campo eléctrico en un punto del segmento que une a dos partículas cargadas? Razone la respuesta.
Solución:

Analogías	**Diferencias**
Su expresión matemática es semejante	La fuerza gravitatoria es siempre atractiva y la eléctrica puede ser atractiva o repulsiva, dependiendo de los signos de las cargas
Describen fuerzas proporcionales a las magnitudes que interaccionan (la masa o la carga)	El valor de G (constante de gravitación universal) no depende del medio pero el de K (constante eléctrica del medio), sí
En ambas leyes, la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa	La interacción gravitatoria es mucho más débil que la eléctrica
Son fuerzas centrales, es decir, actúan en la dirección de la recta que une las masas o las cargas	La gravitatoria está provocada por masas y la eléctrica por cargas
La fuerza gravitatoria está asociada a la masa y la fuerza eléctrica a la carga	

9) Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico uniforme con una velocidad perpendicular al campo. Describa la trayectoria seguida por la partícula y explique cómo cambia su energía.
Solución: cuando una partícula cargada entra en una región en la que existe un campo eléctrico, siente sobre ella una fuerza que viene dada por la ecuación fundamental de la electrostática:
$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$**,** provoca sobre la misma una aceleración $\mathbf{a} = q \cdot \mathbf{E}/m$ en la dirección y sentido del campo si la partícula está cargada positivamente y en sentido contrario si su carga es negativa.
Si la partícula cargada entra en dirección perpendicular al campo, la aceleración se produce en dirección perpendicular a la velocidad, lo que da lugar a un movimiento de tipo parabólico parecido al que se da en un lanzamiento horizontal, si bien el sentido del movimiento dependerá del signo de la carga como ya hemos dicho antes.



10) Justifique razonadamente, con la ayuda de un esquema, qué tipo de movimiento efectúan un protón y un neutrón, si penetran con una velocidad $\mathbf{v_0}$ en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme de la misma dirección y sentido contrario que la velocidad $\mathbf{v_0}$.
Solución:



El neutrón no se verá afectado por la presencia de un campo eléctrico, pues no tiene carga. El neutrón continuará en línea recta con la dirección y sentido de $\mathbf{v_0}$.
* Fuerza a la que estará sometido el protón: $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E} = - q \cdot E \cdot \mathbf{i}$
* Velocidad inicial: $\mathbf{v_0} = v \cdot \mathbf{i}$
La fuerza provoca una desaceleración de la partícula.
* Aceleración de frenado:

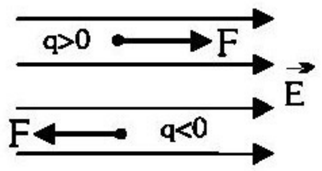
$$\left.\begin{array}{l} F = m \cdot \mathbf{a} \\ \\ \mathbf{F} = - q \cdot E \cdot \mathbf{i} \end{array}\right\} \quad m \cdot \mathbf{a} = - q \cdot E \cdot \mathbf{i} \;\; ; \quad \mathbf{a} = \frac{-\, q \cdot E \cdot i}{m}$$

* Ecuación del movimiento: $\mathbf{x} = x_0 \cdot \mathbf{i} + v_0 \cdot t \cdot \mathbf{i} - \frac{q \cdot E}{2 \cdot m} t^2 \cdot \mathbf{i} = \left(x_0 + v_0 \cdot t - \frac{q \cdot E}{2 \cdot m} t^2 \right) \cdot \mathbf{i}$

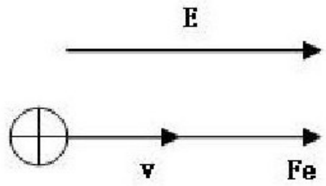
* Ecuación de la velocidad: $\mathbf{v} = \left(v_0 - \frac{q \cdot E}{m} t \right) \cdot \mathbf{i}$

La ecuación de movimiento corresponde a una trayectoria recta y a un movimiento desacelerado.

11) Razone las respuestas a las siguientes preguntas: a) Una carga negativa se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme. ¿Aumenta o disminuye el potencial eléctrico en la posición de la carga? ¿Aumenta o disminuye su energía potencial? b) ¿Cómo diferirían las respuestas del apartado anterior si se tratara de una carga positiva?
Solución: a) **F** = q · **E** . Si la carga es negativa, la carga experimentará una fuerza en sentido opuesto a su movimiento. Por lo tanto, se desacelerará, disminuirá su velocidad. Recordemos que, en sistemas con fuerzas conservativas exclusivamente, la energía mecánica se conserva. Al disminuir la energía cinética, la energía potencial aumenta. Y se mueve desde un potencial eléctrico mayor a uno menor. Resumen: el potencial eléctrico disminuye y la energía potencial aumenta. b) **F** = q · **E**
Si la carga es positiva, la carga experimentará una fuerza en la misma dirección y el mismo sentido que el movimiento. En consecuencia, se acelerará, aumentará su velocidad, aumentará su energía cinética y disminuirá la energía potencial porque se conserva la energía mecánica. Si la carga es positiva, la variación que experimente la Ep la experimentará el potencial. Es decir, si Ep disminuye, el potencial disminuirá también.

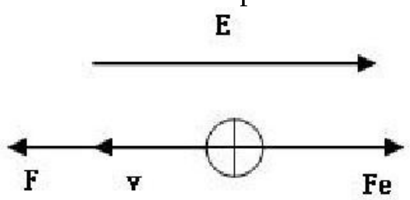


12) Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razone cómo varía su energía potencial electrostática si la carga se mueve: a) En la misma dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario? b) En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?
Solución:



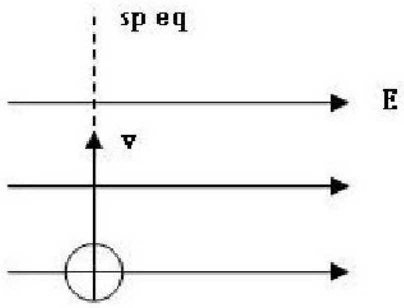
Como el campo eléctrico es conservativo: $W = -\Delta Ep = Ep_{inicial} - Ep_{final}$
Al moverse la carga positiva en la dirección y en el sentido del campo, el trabajo es positivo, lo que implica que: $Ep_{inicial} > Ep_{final}$. Luego la energía potencial disminuye.

Si la carga se mueve en sentido contrario al campo:



El trabajo eléctrico es negativo, lo cual implica que: $Ep_{inicial} < Ep_{final}$ y la energía potencial aumenta.

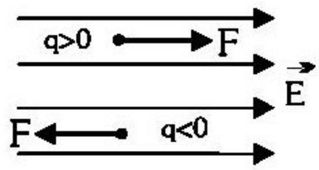
b)



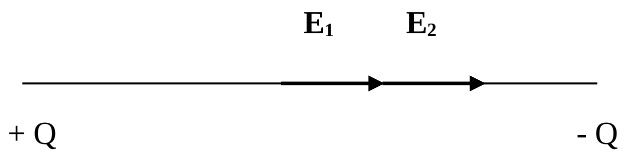
Como la carga positiva se mueve por una superficie equipotencial, no hay variación de la energía potencial. Si se desplaza por una línea cerrada (circunferencia), la posición inicial y final son las mismas y como el campo eléctrico es conservativo, no hay variación de energía potencial.

13) Al moverse una partícula cargada en la dirección y sentido de un campo eléctrico, aumenta su energía potencial. ¿Qué signo tiene la carga de la partícula?

Solución: un campo eléctrico es conservativo, luego la energía mecánica se conserva. Si la energía potencial aumenta, su energía cinética disminuye. Esto significa que se está frenando y que la fuerza electrostática está actuando en contra de la carga. Como se observa en la figura, si el campo va en un sentido y la fuerza en el opuesto, la carga es negativa: **F** = q · **E**

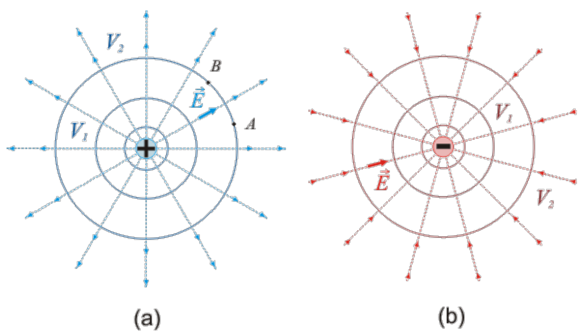


14) ¿Es nulo el campo eléctrico en algún punto del segmento que une dos cargas puntuales de igual valor absoluto pero de signo contrario? Razone la respuesta.
Solución: las cargas positivas son fuentes de campo y las cargas negativas son sumideros de campo. Según el principio de superposición, el efecto conjunto de varias cargas es igual a la suma de los efectos individuales. Esto implica que: $\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2}$. Además: $E = \frac{K \cdot Q}{r^2}$. Para que el campo total fuera nulo, tendría que cumplirse que: $\mathbf{E_1} = -\mathbf{E_2}$. Para que los módulos fueran iguales, las distancias tendrían que ser iguales, pues las cargas son iguales. Esto ocurre en el centro del segmento que une las cargas. Pero $\mathbf{E_1}$ y $\mathbf{E_2}$ no tienen sentidos opuestos, sino iguales, pues las cargas son de signo opuesto.



15) a) Explique qué es una superficie equipotencial. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales en el campo eléctrico de una carga puntual? Razone qué trabajo realiza la fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza por una superficie equipotencial.
b) En una región del espacio existe un campo eléctrico uniforme. Si una carga negativa se mueve en el mismo sentido y dirección del campo, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Y si la carga es positiva? Razone las respuestas.
Solución: a) Las superficies equipotenciales son aquellas en las que el potencial toma un valor constante. Las superficies equipotenciales creadas por cargas puntuales son esferas concéntricas centradas en la carga, como se deduce de la definición de potencial (*r* = cte):

$$V = \frac{K \cdot Q}{r}$$



* Trabajo necesario para mover una carga entre dos puntos:

$$W_{AB} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B = q \cdot (V_A - V_B)$$

En una superficie equipotencial, $V_A = V_B$, luego el trabajo es nulo. Cuando una carga se mueve sobre una superficie equipotencial la fuerza electrostática no realiza trabajo, puesto que la ΔV es nula. Por otra parte, para que el trabajo realizado por una fuerza sea nulo, ésta debe ser perpendicular al desplazamiento, por lo que el campo eléctrico (paralelo a la fuerza) es siempre perpendicular a las superficies equipotenciales. En la figura anterior (a) se observa que en el desplazamiento sobre la superficie equipotencial desde el punto A hasta el B el campo eléctrico es perpendicular al desplazamiento.

Las propiedades de las superficies equipotenciales se pueden resumir en:

- Las líneas de campo eléctrico son, en cada punto, perpendiculares a las superficies equipotenciales y se dirigen hacia donde el potencial disminuye.
- El trabajo para desplazar una carga entre dos puntos de una misma superficie equipotencial es nulo.
- Dos superficies equipotenciales no se pueden cortar.

b) Si una carga negativa se mueve en la misma dirección y en el mismo sentido que el campo, se está frenando, pues está experimentando una fuerza eléctrica en sentido contrario: $\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{E}$. Si una carga positiva se mueve en la misma dirección y en el mismo sentido que el campo eléctrico, se está acelerando, pues está experimentando una fuerza eléctrica en el mismo sentido.
Como el campo eléctrico es conservativo, la energía mecánica se conserva. Esto significa que:
$\Delta Ep = -\Delta Ec$. Es decir, si la Ep aumenta, la Ec disminuye y si la Ep disminuye, la Ec aumenta. La carga negativa disminuye su velocidad, disminuye su Ec y aumenta su energía potencial. La carga positiva aumenta su velocidad, aumenta su Ec y disminuye su Ep.

16) a) Explique la relación entre campo y potencial eléctrico. b) Razone si puede ser distinto de cero el potencial eléctrico en un punto donde el campo eléctrico es nulo.
Solución: a) Cuando situamos una carga de prueba Q´ en el seno de un campo eléctrico, este ejerce sobre ella una fuerza: **F** = Q' · **E** . Esta fuerza realiza un trabajo a medida que la carga se desplaza bajo su acción en el campo. El trabajo realizado por el campo al desplazar la carga entre dos puntos cualesquiera A y B es:

$$W = \int_A^B F \cdot dr = Q' \cdot \int_A^B E \cdot dr$$

Como el campo eléctrico es conservativo: W = - ΔEp , quedándonos la expresión anterior de la siguiente manera:

$$-\Delta Ep = Q' \cdot \int_A^B E \cdot dr \quad \rightarrow \quad \Delta Ep = -Q' \cdot \int_A^B E \cdot dr = Ep_B - Ep_A$$

El potencial es la energía potencial por unidad de carga, luego:

$$\frac{Ep_B - Ep_A}{Q'} = V_B - V_A = -\int_A^B E \cdot dr$$

Esta expresión también podemos ponerla en su forma diferencial:

$$dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad \rightarrow \quad \mathbf{E} = -\frac{dV}{dr}$$

b) Sí, puede serlo. Las expresiones del campo y del potencial eléctricos son:

$$E = \frac{K \cdot Q}{r^2} \quad ; \quad V = \frac{K \cdot Q}{r}$$

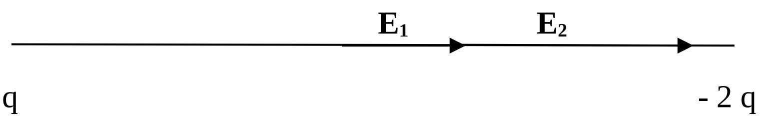
De las expresiones anteriores cabe pensar que, si uno vale cero, el otro también. Sin embargo, El campo eléctrico es un vector y el potencial es un escalar. Es decir, puede anularse el vector campo pero no el potencial, que es escalar. Según el principio de superposición, en el caso de dos cargas: $\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2}$; $V = V_1 + V_2$. Si $\mathbf{E} = 0$ → $\mathbf{E_1} = -\mathbf{E_2}$ → $\left|\frac{K \cdot Q_1}{r_1^2}\right| = \left|\frac{K \cdot Q_2}{r_2^2}\right|$ →

→ $\left|\frac{Q_1}{r_1^2}\right| = \left|\frac{Q_2}{r_2^2}\right|$ Condición 1

Para que V = 0 → $V_1 = -V_2$. Pero puede ocurrir que: $V_1 \neq -V_2$ → $\frac{K \cdot Q_1}{r_1} \neq -\frac{K \cdot Q_2}{r_2}$ →

→ $\frac{Q_1}{r_1} \neq -\frac{Q_2}{r_2}$ Condición 2. Totalmente compatible con la condición 1.

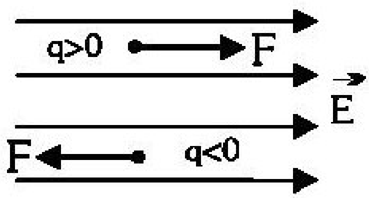
17) Razone cuál es el valor del campo eléctrico en el punto medio entre dos cargas de valores q y -2q.
Solución: según el principio de superposición, el efecto conjunto de varias cargas es la suma de los efectos individuales.



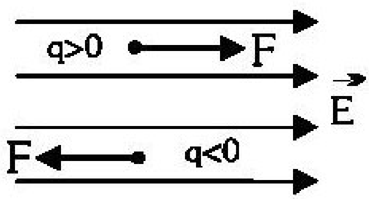
$$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = \frac{K\cdot q}{(d_0/2)^2}\,\mathbf{i} + \frac{K\cdot 2\cdot q}{(d_0/2)^2}\,\mathbf{i} = \frac{3\cdot K\cdot q}{(d_0/2)^2}\,\mathbf{i} = \frac{12\cdot K\cdot q}{d_0^{\,2}}\,\mathbf{i}$$

Las cargas positivas son fuentes de campo, luego E_1 se aleja de + q. Las cargas negativas son sumideros de campo, luego E_2 se acerca a - 2 q. E_1 y E_2 tienen la misma dirección y sentido, luego E sería la suma de ambos módulos y tendría el mismo sentido que los dos.

18) Para dos puntos A y B de una determinada región del espacio, en la que existe un campo eléctrico uniforme, se cumple que $V_A > V_B$. Si dejamos libre una carga negativa en el punto medio del segmento que une A con B, ¿hacia dónde se moverá la carga? Razone la respuesta.
Solución: **F** = q · **E** . Una carga negativa se mueve espontáneamente en sentido contrario al del campo. Desde el punto de vista de la energía y los potenciales, el trabajo necesario para mover una carga espontáneamente desde un punto a otro debe ser positivo. Al ser: $W_{12} = q \cdot (V_1 - V_2)$
Como debe ser: $W_{12} > 0 \rightarrow q \cdot (V_1 - V_2) > 0 \rightarrow$ Si $q < 0 \rightarrow V_1 - V_2 < 0 \rightarrow V_1 < V_2$
Es decir, una carga negativa se mueve espontáneamente en el sentido de potenciales crecientes. Al ser $V_A > V_B$, la carga se moverá espontáneamente desde el centro del segmento hasta el punto A.

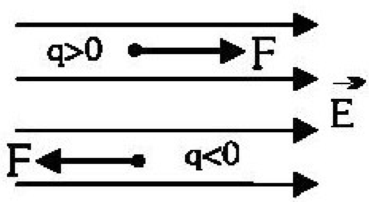


19) Una partícula cargada negativamente pasa de un punto A, cuyo potencial es V_A , a otro B, cuyo potencial es $V_B < V_A$. Razone si la partícula gana o pierde energía potencial.
Solución:



La tendencia de una carga negativa es la de moverse espontáneamente desde zonas de menor a mayor potencial. Si la partícula de nuestro problema hace lo contrario, es porque tenía una velocidad inicial antes de penetrar en el campo eléctrico. En la figura de arriba, nuestra partícula negativa se está moviendo hacia la derecha ya que el campo señala el sentido de potenciales decrecientes. Está experimentando una fuerza electrostática hacia la izquierda que la está frenando. Como el campo es conservativo, la energía mecánica se conserva. Esto significa que: $\Delta Ep = -\Delta Ec$. Es decir, si la Ep aumenta, la Ec disminuye y al contrario. Como se está frenando, su velocidad disminuye, su Ec disminuye y su energía potencial aumenta.

20) Una partícula con carga positiva se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme en el sentido positivo del eje OY. Describa el movimiento seguido por la partícula y la transformación de energía que tiene lugar a lo largo del mismo.
Solución:

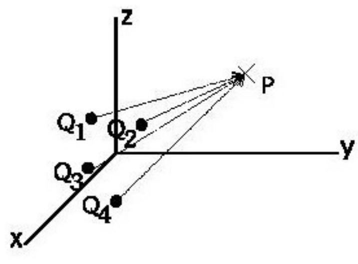


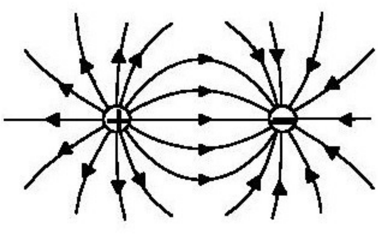
* Relación entre la fuerza y el campo: $\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{E}$.

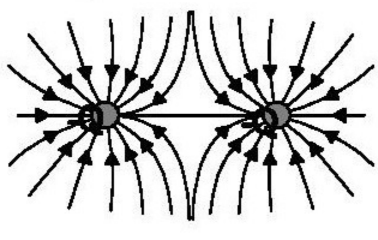
Si la carga es positiva, **F** y **E** tienen las mismas dirección y sentido. La carga experimentará un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) hacia arriba, en el sentido positivo del eje OY, partiendo del reposo. Como el campo eléctrico es conservativo, la energía mecánica se conserva y: $\Delta Ep = -\Delta Ec$. Es decir, si la Ep aumenta, la Ec disminuye y al contrario. Al acelerarse, su velocidad aumenta, su Ec aumenta a costa de disminuir su Ep.

21) Campo electrostático de un conjunto de cargas puntuales.
Solución: se aplica el principio de superposición: el efecto producido por un conjunto de cargas puede calcularse sumando los efectos de las cargas por separado. Si la magnitud es escalar, se suman escalares. Si la magnitud es vectorial, se suman vectores.

$V = \sum V_i = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + ...$
$Ep = \sum Ep_i = Ep_1 + Ep_2 + Ep_3 + Ep_4 + ...$
$F = \sum F_i = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} + \mathbf{F_3} + \mathbf{F_4} + ...$
$E = \sum E_i = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} + \mathbf{E_3} + \mathbf{E_4} + ...$







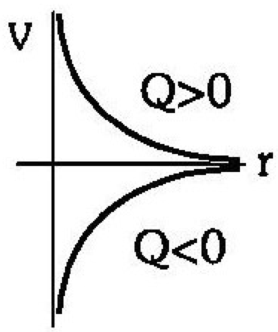
22) Si se conoce el potencial electrostático en un solo punto, ¿se puede determinar el campo eléctrico en dicho punto? Razone la respuesta.
Solución: el potencial electrostático es la energía por unidad de carga eléctrica que almacenaría una carga que se colocara en una posición del espacio. El campo electrostático es una perturbación en el espacio provocada por la presencia de una carga. Es también la fuerza por unidad de carga. Los módulos del campo, E, y del potencial, V, son:

$$E = \frac{K \cdot Q}{r^2} \quad ; \quad V = \frac{K \cdot Q}{r}$$

La relación entre ambos es: $E = \frac{V}{r}$ y, más general: $dE = -\frac{dV}{dr}$. Si conocemos el potencial electrostático y la distancia, podemos conocer el módulo del campo eléctrico. Recordemos que el potencial es un escalar y el campo es un vector. El módulo no nos da toda la información sobre el campo eléctrico, necesitamos saber hacia dónde está dirigido. Para pasar del potencial al vector campo eléctrico, necesitamos la ecuación en derivadas parciales:

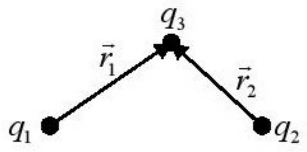
$$\mathbf{E} = -\frac{\partial V}{\partial r} \cdot \mathbf{i} - \frac{\partial V}{\partial r} \cdot \mathbf{j} - \frac{\partial V}{\partial r} \cdot \mathbf{k}$$

23) En una región del espacio existe un campo electrostático generado por una carga puntual negativa, q. Dados dos puntos, A más cercano a la carga y B más alejado de la carga, razone si el potencial en B es mayor o menor que en A.
Solución: el potencial electrostático se define como la energía eléctrica por unidad de carga positiva acumulada en un punto del espacio. Es un escalar. Su expresión es: $V = \frac{K \cdot q}{r}$. V es inversamente proporcional a la distancia pero, si la carga es negativa, V aumenta hiperbólicamente a medida que la distancia aumenta:



Por consiguiente, el potencial en B es mayor que el potencial en A. Las cargas negativas se mueven espontáneamente desde las zonas de menor potencial hasta las de mayor potencial.

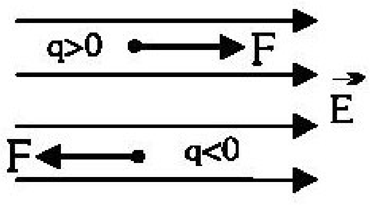
24) Enuncie la ley de Coulomb y aplique el principio de superposición para determinar la fuerza que actúa sobre una carga en presencia de otras dos.
Solución: la ley de Coulomb describe la interacción electrostática entre dos partículas cargadas eléctricamente: “Dos partículas cargadas eléctricamente q_1 y q_2 , separadas una distancia r, se atraen o se repelen con fuerzas que son proporcionales al producto de las cargas e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que las separa. Si ambas cargas son del mismo signo, la interacción es repulsiva. Si ambas cargas son de signo contrario, la interacción es atractiva. El valor de la fuerza se calcula con la expresión: $\mathbf{F} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \mathbf{u_r}$**,** donde K es la constante eléctrica, que depende del medio.



El principio de superposición, aplicado a la interacción electrostática, nos dice que el efecto que varias cargas puntuales producen sobre una partícula cargada, puede calcularse como la suma de los efectos individuales de cada carga. Es aplicable a fuerza, energía potencial, potencial, intensidad del campo y fuerza. En este caso, la fuerza que actúa sobre una carga (q_3) en presencia de otras dos (q_1 y q_2) vendrá dada por:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r_1^{\,2}} \cdot \mathbf{u_{r1}} + K \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{r_2^{\,2}} \cdot \mathbf{u_{r2}} \quad ; \quad \mathbf{u_{r1}} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} \quad ; \quad \mathbf{u_{r2}} = \frac{\vec{r}_2}{r_2}$$

25) Cuando una partícula cargada se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico, aumenta su energía potencial. Razone qué signo tiene la carga de la partícula.
Solución:

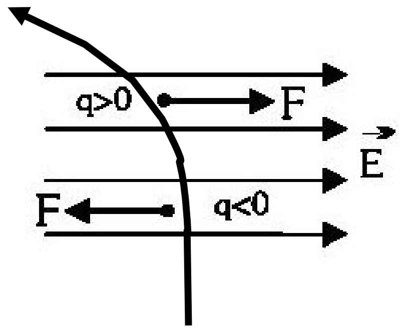


* Relación entre la fuerza y el campo: $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$

Como se observa en la figura y en la fórmula, si la carga es positiva, la fuerza y el campo tienen las mismas dirección y sentido. Si la carga es negativa, la fuerza y el campo tienen la misma dirección y sentido contrario. Como el campo electrostático es conservativo, la energía mecánica se conserva. Esto significa que: $\Delta Ep = - \Delta Ec$. Es decir, si la energía potencial aumenta, la cinética disminuye y al contrario.

En nuestro ejercicio, la energía potencial aumenta, luego la energía cinética disminuye, luego la velocidad disminuye, luego la fuerza electrostática está aplicada en sentido contrario al campo, luego la carga es negativa.

26) Escribe la ecuación del movimiento de una partícula negativa que penetra de abajo arriba un campo eléctrico dirigido hacia la derecha.
Solución:



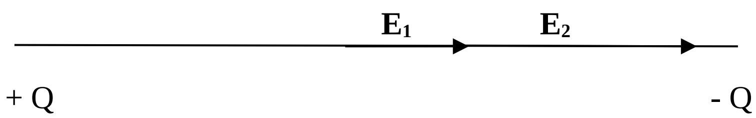
Al tener una velocidad inicial hacia arriba y experimentar una fuerza hacia la izquierda (por ser carga negativa) experimentará una parábola hacia arriba a la izquierda. El movimiento es acelerado y el vector de posición de un movimiento acelerado en el plano XY es:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r_0} + \mathbf{v_0} \cdot t + \frac{1}{2}\,\mathbf{a} \cdot t^2$$

Si tomamos el origen en el punto en el que penetra la partícula, $r_0 = 0$. Si tenemos en cuenta los signos y el valor de la aceleración: $a = \frac{F}{m} = \frac{Q \cdot E}{m}$

$\mathbf{r} = + v_0 \cdot t \cdot j - \frac{Q \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 \cdot \mathbf{i}$. Ordenando: $\mathbf{r} = - \frac{Q \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 \cdot \mathbf{i} + v_0 \cdot t \cdot j$

27) Considere dos cargas eléctricas +Q y –Q, situadas en dos puntos A y B. Razone cuál sería el potencial electrostático en el punto medio del segmento que une los puntos A y B. ¿Puede deducirse de dicho valor que el campo eléctrico es nulo en dicho punto?
Solución: según el principio de superposición, el efecto conjunto de varias cargas es igual a la suma de los efectos de las cargas por separado. Como el potencial es una magnitud escalar:
$V = V_1 + V_2 = \frac{K \cdot Q}{d_0/2} - \frac{K \cdot Q}{d_0/2} = 0$. El potencial es nulo en el punto medio. Sin embargo, el campo eléctrico no tiene por qué ser nulo, ya que el campo es un vector.

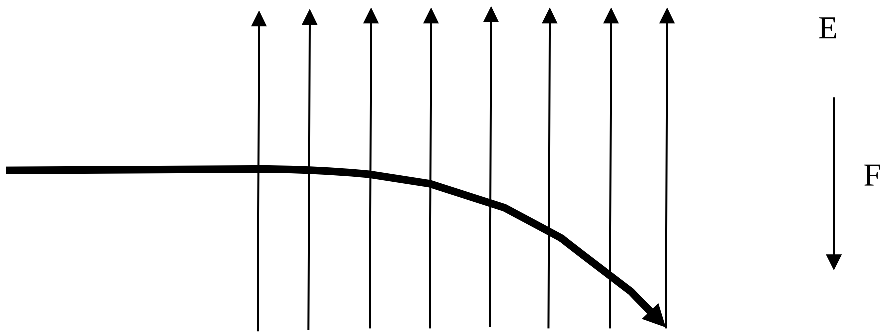


Como los dos vectores van dirigidos hacia la derecha, el campo total también va dirigido hacia la derecha. Su valor sería:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = \frac{K \cdot Q}{(d_0/2)^2}\,\mathbf{i} + \frac{K \cdot Q}{(d_0/2)^2}\,\mathbf{i} = \frac{2 \cdot K \cdot Q}{(d_0/2)^2}\,\mathbf{i} = \frac{8 \cdot K \cdot Q}{d_0{}^2}\,\mathbf{i}$$

28) Una partícula negativa se mueve con una velocidad inicial en el sentido positivo del eje X y penetra en la región x > 0, en la que existe un campo eléctrico uniforme dirigido en el sentido positivo del eje Y. Describa, con ayuda de un esquema, la trayectoria seguida por la partícula y razone si aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en su desplazamiento.

Solución:



* Relación entre la fuerza y el campo: **F** = Q · **E**

Al ser la partícula negativa, el campo y la fuerza tienen sentidos opuestos. La trayectoria es una parábola, pues presenta una aceleración hacia abajo debido a la fuerza hacia abajo (2ª ley de Newton). La ecuación correspondiente del vector de posición es:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r_0} + \mathbf{v_0} \cdot t + \frac{1}{2}\, \mathbf{a} \cdot t^2 = + v_0 \cdot t \cdot \mathbf{i} - \frac{Q \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 \cdot \mathbf{j}$$

Como el campo electrostático es conservativo, la energía mecánica se conserva: $\Delta Ep = -\Delta Ec$. Es decir, si la energía potencial aumenta, la cinética disminuye y al contrario. En nuestro caso, la partícula se acelera, su velocidad aumenta, su energía cinética aumenta y, por consiguiente, su energía potencial disminuye.

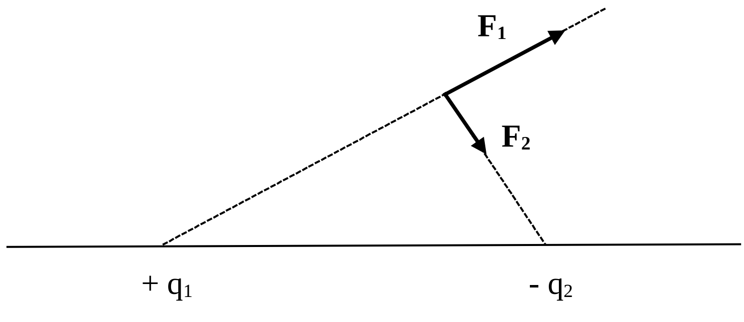
29) Dos cargas $+q_1$ y $-q_2$ están situadas en dos puntos de un plano. Explique, con ayuda de una gráfica, en qué posición habría que colocar una tercera carga, $+q_3$, para que estuviera en equilibrio.

Solución: las cargas de igual signo se repelen y las de signos opuestos se atraen. Para que la carga $+q_3$ estuviera en equilibrio, las fuerzas provocadas por $+q_1$ y $-q_2$ deben ser de igual módulo, de igual dirección y de sentidos contrarios.

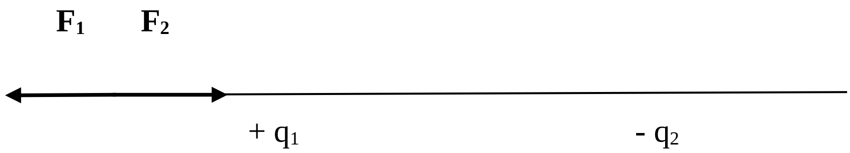
$+ q_1$ $\qquad\qquad$ $- q_2$

Existen cuatro posibilidades:

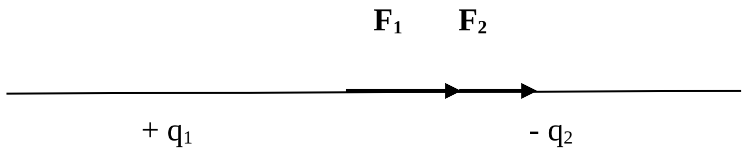
a) Fuera de la línea que une $+ q_1$ y $- q_2$: no es aquí, pues q_3 experimentaría una fuerza resultante distinta de cero:



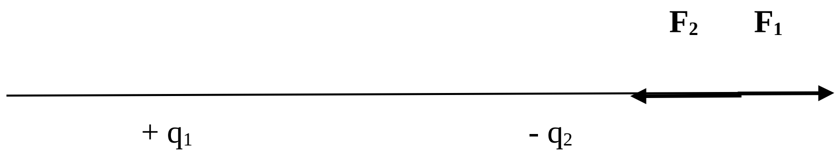
b) En la línea, a la izquierda de + q_1: podría ser aquí pues **F_1** y **F_2** tienen sentidos opuestos. Los módulos deberían ser iguales. Para ello, el módulo de q_2 en valor absoluto debería superar al módulo de q_1 en valor absoluto para compensar el efecto de una mayor distancia.



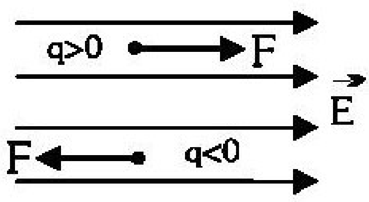
c) En la línea, entre + q_1 y - q_2 : no es aquí, pues las fuerzas tienen la misma dirección y el mismo sentido.



d) En la línea, a la derecha de - q_2 : podría ser aquí pues **F_1** y **F_2** tienen sentidos opuestos. Los módulos deberían ser iguales. Para ello, el módulo de q_1 en valor absoluto debería superar al módulo de q_2 en valor absoluto para compensar el efecto de una mayor distancia.



30) Un electrón, con una velocidad inicial penetra en un campo eléctrico uniforme y su velocidad se anula a una cierta distancia desde su entrada en la región del campo. Razone cuáles son la dirección y el sentido del campo eléctrico.
Solución:



* Relación entre la fuerza y el campo: **F** = Q · **E**

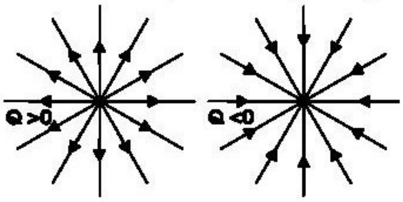
Si la velocidad del electrón se anula a una cierta distancia es porque se está frenando. Si se está frenando es porque experimenta una fuerza en sentido en contrario a su movimiento. Si experimenta esa fuerza es porque el campo tiene sentido contrario al movimiento inicial del electrón. La dirección del campo es la misma que la del electrón, pero el sentido es contrario. Si la dirección no fuera la misma, el electrón seguiría una parábola con movimiento acelerado y nunca se pararía.

31) a) Campo y potencial electrostáticos de una carga puntual. b) En una región del espacio existe un campo electrostático generado por una carga puntual negativa, q. Dados dos puntos, A más cercano a la carga y B más alejado de la carga, razone si el potencial en B es mayor o menor que en A.

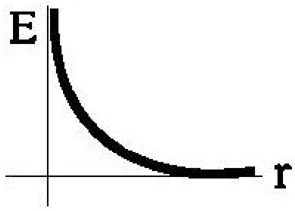
Solución: a) Supongamos una carga puntual Q. Crea un campo electrostático a su alrededor. Un campo electrostático es una perturbación del medio provocado por una carga. Cualquier carga de prueba, q, que pongamos a su alrededor sufrirá una fuerza electrostática dada por la ley de Coulomb: $\mathbf{F} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \mathbf{u_r}$. El módulo es siempre positivo: $F = K \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2}$

El campo eléctrico, E, es la fuerza ejercida por unidad de carga colocado en el punto del espacio que estamos estudiando:

$\mathbf{E} = \frac{F}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{q \cdot r^2} \cdot \mathbf{u_r} = \frac{K \cdot Q}{r^2} \cdot \mathbf{u_r}$; módulo: $E = \frac{K \cdot |Q|}{r^2}$



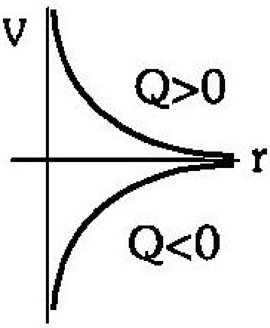
Líneas de campo



Gráfica campo-distancia

El potencial electrostático en un punto, V, es la energía por unidad de carga positiva que acumularía cualquier cuerpo con carga eléctrica que colocáramos en dicho punto del espacio:

$$V = \frac{Ep}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{q \cdot r} \quad \rightarrow \quad V = \frac{K \cdot Q}{r}$$



Variación del potencial con la distancia

b) El potencial electrostático, V, viene dado por: $V = \frac{K \cdot Q}{r}$. Puede ser negativo o positivo, dependiendo del signo de la carga. Como la carga es negativa, el potencial será siempre negativo. El potencial es inversamente proporcional a la distancia y su representación es una hipérbola. Como se aprecia en la gráfica de más arriba, a medida que aumenta la distancia, aumenta el potencial. Luego: $V_B > V_A$.

32) En una región del espacio el potencial electrostático aumenta en el sentido positivo del eje Z y no cambia en las direcciones de los otros dos ejes. a) Dibuje en un esquema las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales. b) ¿En qué dirección y sentido se moverá un electrón, inicialmente en reposo?

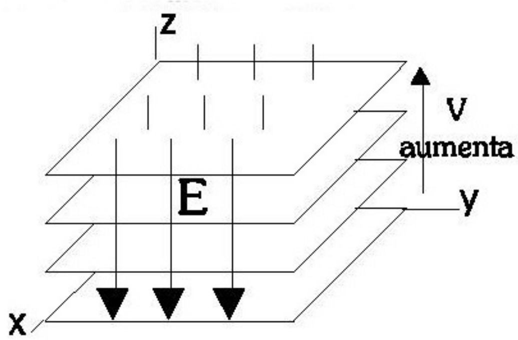
Solución:

a) Recordemos los conceptos que están en juego en esta cuestión y la relación existente entre ellos:

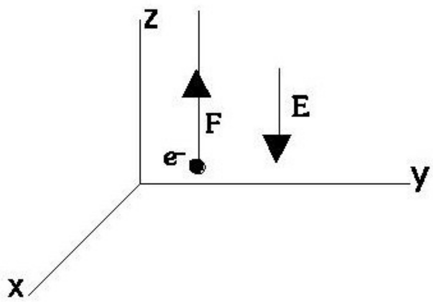
- Intensidad de campo electrostático (E)): fuerza por unidad de carga que sufre una partícula cargada situada en el interior del campo electrostático. Las líneas de campo indican la dirección y sentido que tiene **E** en cada punto del espacio.
- Potencial (V) : energía por unidad de carga que almacena una partícula cargada en el interior del campo electrostático. Las superficies equipotenciales son aquellas en las que el valor del potencial es constante para todos sus puntos.
- Relación entre ambas magnitudes: ΔV = - $\int_A^B E \cdot dr$. Y a la inversa, el campo eléctrico nos indica cómo varía el potencial. Concretamente, la dirección de **E** es aquella en la que el potencial electrostático varía más rápidamente.

Las líneas de campo electrostático son perpendiculares a las superficies equipotenciales, y su sentido es aquél en el que el potencial disminuye (decimos que las líneas de campo "van" del mayor al menor potencial).

En la cuestión que nos ocupa, el potencial varía en la dirección del eje Z, y se mantiene constante en las otras dos direcciones X e Y. Por tanto, las superficies equipotenciales son planos paralelos a OXY, como aparece en el dibujo. Las líneas de campo, al ser perpendiculares a estas superficies, deben ser rectas paralelas a OZ. Su sentido es tal que indica la disminución del potencial. Así que, si V aumenta en el sentido positivo del eje Z, el sentido del campo



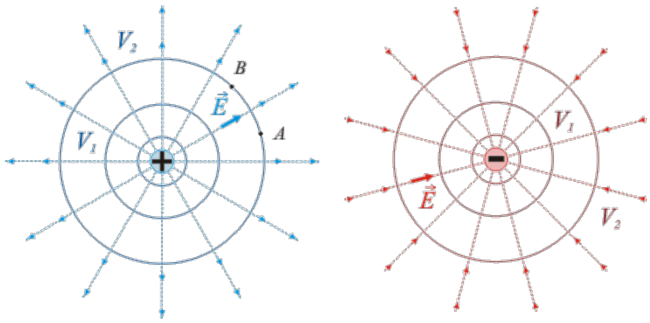
electrostático será el negativo del eje OZ.b) Un electrón, como cualquier carga eléctrica q en el interior de un campo electrostático E , sufrirá una fuerza dada por la expresión: F = q · E . En este caso, como la carga del electrón es negativa, el sentido de la fuerza será el contrario al del campo electrostático. F irá en el sentido positivo del eje OZ, y la aceleración que sufre el electrón también (2ª ley de Newton: a = $\frac{F}{m} = \frac{q \cdot E}{m}$).



Como inicialmente la partícula estaba en reposo, el movimiento será rectilíneo uniformemente acelerado, en dirección del eje OZ y sentido positivo.

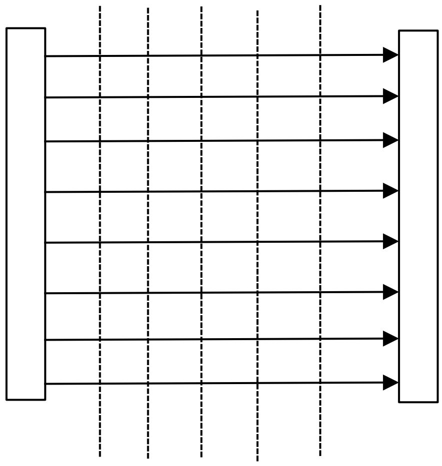
33) a) Explique las características del campo eléctrico en una región del espacio en la que el potencial eléctrico es constante. b) Justifique razonadamente el signo de la carga de una partícula que se desplaza en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme, de forma que su energía potencial aumenta.

Solución: a) Cada una de las regiones del espacio en las que el potencial es constante se llama superficie equipotencial. Las superficies equipotenciales creadas por cargas puntuales son esferas concéntricas:



(a) (b)

Las superficies equipotenciales creadas en un campo eléctrico constante son láminas rectas:



Recordando la expresión del trabajo: W = Q · ΔV, es evidente que cuando una carga se mueve sobre una superficie equipotencial la fuerza electrostática no realiza trabajo, puesto que la ΔV es nula. Por otra parte: W = $\int_A^B F \cdot dr$, para que el trabajo realizado por una fuerza sea nulo, ésta debe ser perpendicular al desplazamiento, por lo que el campo eléctrico (paralelo a la fuerza) es siempre perpendicular a las superficies equipotenciales. En la figura anterior (a) se observa que en el desplazamiento sobre la superficie equipotencial desde el punto A hasta el B el campo eléctrico es perpendicular al desplazamiento.

Las propiedades de las superficies equipotenciales se pueden resumir en:

- Las líneas de campo eléctrico son, en cada punto, perpendiculares a las superficies equipotenciales y se dirigen hacia donde el potencial disminuye.
- El trabajo para desplazar una carga entre dos puntos de una misma superficie equipotencial es nulo.
- Dos superficies equipotenciales no se pueden cortar.

b) El enunciado nos dice dos datos:

- Se mueve en el mismo sentido que el campo.
- Aumenta su energía potencial.

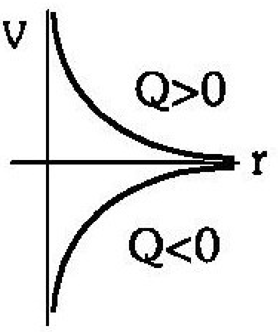
Siempre que nos movamos en el mismo sentido que el campo, nos estaremos desplazando a posiciones de menor potencial (sea cual sea el valor de la carga o cargas que creen el campo).
Comprobemos las posibilidades que tenemos:
- Carga positiva: partimos de la condición en la que $V_A > V_B$
Sabemos que la relación entre potencial y energía potencial es $E_p = Q \cdot V$, por lo que si tenemos una carga positiva, $E_{pA} > E_{pB}$, es decir, la partícula pierde energía.
- Carga negativa: partiendo de la condición dada $V_A > V_B$ y sabiendo que $E_p = Q \cdot V$, al multiplicar el potencial por una carga negativa obtenemos $E_{pB} > E_{pA}$. La partícula en este caso gana energía.
Con todo lo anterior podemos concluir que la partícula que se desplaza tiene carga negativa.

34) Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) Cuando nos alejamos de una carga eléctrica negativa el potencial electrostático aumenta pero la intensidad del campo que crea disminuye. b) En algún punto P situado en el segmento que une dos cargas eléctricas idénticas, el potencial electrostático se anula pero no la intensidad del campo electrostático.

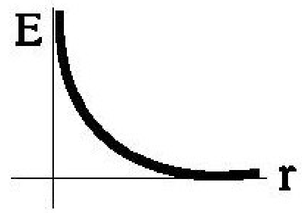
Solución: a) Ambas son verdaderas. El potencial electrostático es la energía eléctrica almacenada en un punto por unidad de carga positiva. El campo eléctrico es la fuerza por unidad de carga positiva. Sus módulos son:

$$V = \frac{K \cdot Q}{r} \quad ; \quad E = \frac{K \cdot Q}{r^2}$$

Y sus representaciones gráficas son:

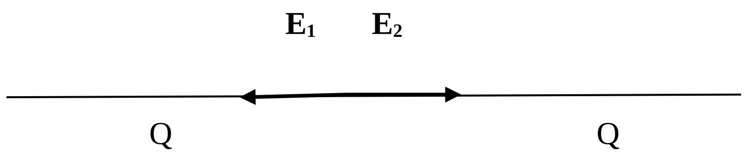


Gráfica potencial-distancia



Gráfica campo-distancia

El potencial es siempre negativo en una carga negativa y va creciendo (haciéndose menos negativo) a medida que aumenta la distancia. El campo eléctrico es un vector, su módulo es siempre positivo y va disminuyendo con la distancia.
b) Las dos afirmaciones son falsas. Según el principio de superposición, el efecto conjunto de varias cargas es la suma de los efectos individuales.



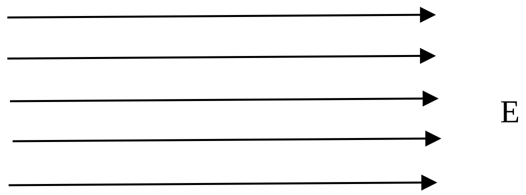
El potencial electrostático sería: $V = V_1 + V_2 = \pm \dfrac{K \cdot Q}{x} \pm \dfrac{K \cdot Q}{d_0 - x}$

El campo eléctrico sería: $\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = \dfrac{K \cdot Q}{x^2}\,\mathbf{i} - \dfrac{K \cdot Q}{(d_0 - x)^2}\,\mathbf{i}$

El campo electrostático se anula en el punto medio del segmento. El potencial no se anula porque los dos sumandos tienen el mismo signo.

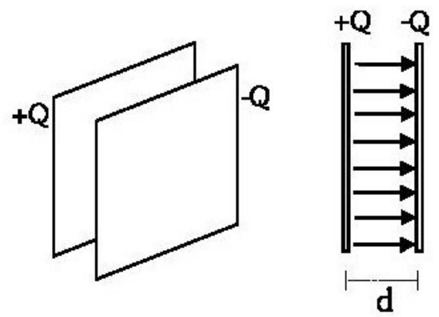
35) Explique las características del campo eléctrico en una región del espacio en la que el campo eléctrico es constante.

Solución: las líneas de campo en un campo constante son paralelas:



$\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{E}$; $Ep = Q \cdot V$; $W = \int_A^B F \cdot dr = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{r}$; $\Delta V = - \int_A^B E \cdot dr = - \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{r}$

Un ejemplo muy usado de campo eléctrico constante es el condensador. Consiste en dos placas metálicas planas y paralelas, cargadas con cargas idénticas en valor absoluto pero de signos contrarios. Entre las placas se genera un campo eléctrico constante perpendicular a las placas y dirigido desde la placa positiva a la negativa.



* Diferencia de potencial entre las placas:

$\Delta V = V_- - V_+ = - E \cdot \Delta r = - E \cdot d$

Normalmente, se da la diferencia de potencial en valor absoluto, es decir, el potencial positivo menos el negativo:

$\Delta V = V_+ - V_- = E \cdot \Delta r = E \cdot d$

36) Comente las siguientes afirmaciones relativas al campo eléctrico: a) Cuando una carga se mueve sobre una superficie equipotencial no cambia su energía mecánica. b) Dos superficies equipotenciales no pueden cortarse.

Solución: a) Es correcto, pero no por moverse por una superficie equipotencial, sino porque el campo electrostático es conservativo. Una superficie equipotencial es aquella en la que el potencial es constante, es decir, todos los puntos de la superficie tienen el mismo valor del potencial. El trabajo eléctrico es: $W = - \Delta Ep = Q \cdot \Delta V$. Si $\Delta V = 0$, entonces $\Delta Ep = 0$. Como la energía mecánica se conserva, por ser conservativo el campo eléctrico: $\Delta E_M = 0$. Si $\Delta Ep = 0$ y $\Delta E_M = 0 \rightarrow \Delta Ec = 0$

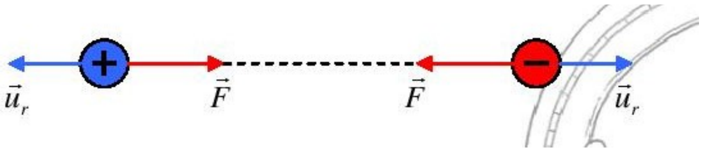
En una superficie equipotencial, no cambia ni la energía mecánica, ni la cinética, ni la potencial.

b) Es correcto. Todos los puntos de una misma superficie equipotencial están a la misma distancia de la carga que provoca el campo. Cada superficie equipotencial está a una distancia distinta de la carga. Es imposible que dos superficies equipotenciales se toquen; eso significaría que dos potenciales distintos tendrían la misma distancia a la carga: $V = \dfrac{K \cdot Q}{r}$

37) a) Explique la interacción de un conjunto de cargas puntuales. b) Considere dos cargas eléctricas +Q y –Q, situadas en dos puntos A y B. Razone cuál sería el potencial electrostático en el punto medio del segmento que une los puntos A y B. ¿Puede deducirse de dicho valor que el campo eléctrico es nulo en dicho punto?

Solución: a) Entendemos por interacción electrostática la fuerza que se ejerce entre cargas en reposo, está regulada por la ley de Coulomb: “La fuerza con que se repelen o se atraen dos cargas es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”. Podemos escribir la expresión anterior de la siguiente forma:

$$\mathbf{F} = K \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \mathbf{u_r}$$



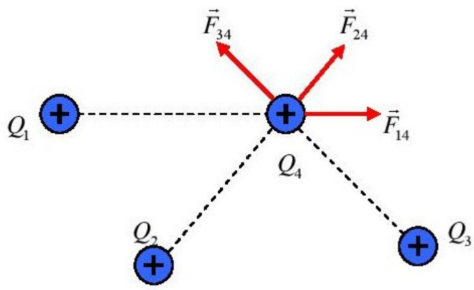
En esta expresión, $\mathbf{u_r}$ es un vector unitario en la dirección de la recta que une Q y Q', cuyo sentido apunta hacia la separación relativa de las cargas como se ve en la figura. De este modo si las cargas son de distinto signo, la fuerza tiene signo negativo, lo que significa que la atracción es atractiva y si son del mismo signo, es repulsiva. El valor de la constante K depende del medio en que se encuentren las cargas. No es pues una constante universal y tiene en el vacío el valor:

$$K = 9 \cdot 10^9 \, \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

La ley de Coulomb describe lo que ocurre cuando dos cargas en reposo interaccionan. Pero ¿cambia la fuerza que actúa entre esas dos cargas cuando en sus proximidades situamos otra u otras cargas puntuales? Las evidencias experimentales permiten afirmar que:

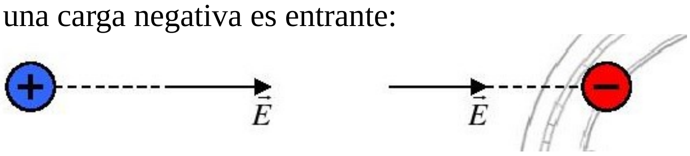
- La fuerza de interacción entre dos cargas puntuales no varía en presencia de otras cargas.
- La fuerza resultante que actúa sobre una carga dada es igual a la suma vectorial de las fuerzas individuales que sobre dicha carga ejercen las demás. (Principio de superposición).

Si nos fijamos en el sistema de la figura, vemos que la fuerza que actúa sobre la carga Q_4 es :
$\mathbf{F_{total}} = \mathbf{F_{14}} + \mathbf{F_{24}} + \mathbf{F_{34}}$ **.** Por tanto:



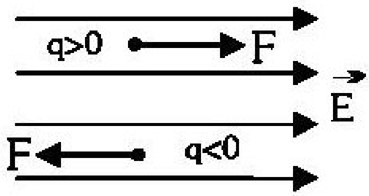
$$\mathbf{F_{total}} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_4}{r_{14}{}^2} \cdot \mathbf{u_{14}} + K \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_4}{r_{24}{}^2} \cdot \mathbf{u_{24}} + K \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_4}{r_{34}{}^2} \cdot \mathbf{u_{34}}$$

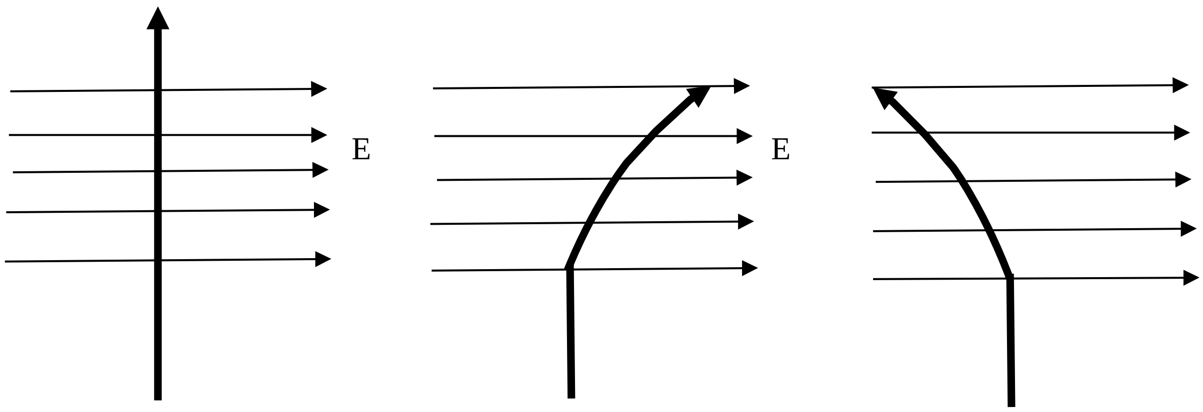
b) Las cargas son iguales en valor numérico y de distinto signo, como las distancias de ambas al punto medio del segmento que las une son iguales, el potencial en dicho punto es cero (V = 0). Como vemos en la figura, el vector intensidad de campo que crea una carga positiva es saliente, mientras que el que crea una carga negativa es entrante:



Por lo tanto es imposible que se anule el vector intensidad de campo eléctrico en cualquier punto del segmento que une a dos cargas de distinto signo sea cual sea su valor, porque ambos vectores tendrán la misma dirección y sentido.

38) Un electrón, un protón y un neutrón penetran en una zona del espacio en la que existe un campo eléctrico uniforme perpendicular a la velocidad inicial de las partículas. Dibuje la trayectoria que seguiría cada una de las partículas y escriba los vectores de posición de cada uno.
Solución:



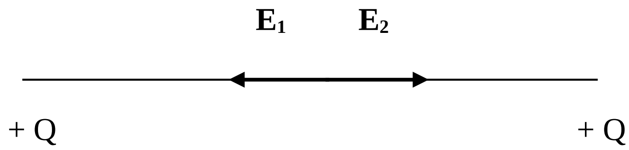


Neutrón Protón Electrón

* Relación entre el campo y la fuerza: **F** = Q · **E**

La fuerza y el campo tienen la misma dirección y el mismo sentido si la carga es positiva. La fuerza y el campo tienen la misma dirección pero sentidos opuestos si la carga es negativa. Vamos a suponer que el campo va dirigido de izquierda a derecha y que la partícula avanza de arriba a abajo.
* Neutrón: el neutrón sigue una línea recta sin alterar ni su velocidad ni su trayectoria por la presencia de un campo eléctrico. Los campos eléctricos no afectan a las partículas sin carga.
Su vector de posición será: **r** = v_0 · t · **j**
* Protón: el protón es una partícula positiva y experimentará una fuerza en el mismo sentido que el campo, es decir, hacia la derecha. Esto provocará una trayectoria parabólica hacia la derecha.
Su vector de posición será: **r** = $+\frac{Q \cdot E}{2 \cdot m}$ · t^2 · **i** + v_0 · t · **j**
* Electrón: el electrón es una partícula negativa y experimentará una fuerza en sentido contrario al campo, es decir, hacia la izquierda. Esto provocará una trayectoria parabólica hacia la izquierda.
Su vector de posición será: **r** = $-\frac{Q \cdot E}{2 \cdot m}$ · t^2 · **i** + v_0 · t · **j**

39) Dos cargas eléctricas puntuales, positivas e iguales están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones: a) ¿Puede ser nulo el potencial en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas? ¿Y el campo eléctrico? b) Si separamos las cargas a una distancia doble de la inicial, ¿se reduce a la mitad la energía potencial del sistema?
Solución:
a) El potencial no puede ser nulo, pero el campo eléctrico, sí. Según el principio de superposición, el efecto conjunto de varias cargas es la suma de los efectos individuales. Según esto, el potencial total sería: $V = V_1 + V_2 = \frac{K \cdot Q}{r_1} + \frac{K \cdot Q}{r_2}$. Como los dos sumandos son positivos, no pueden anularse nunca. El campo eléctrico se anula en el punto medio del segmento que las une, ya que en ese lugar, ambos campos tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos contrarios:



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{K \cdot Q}{(d_o - x)^2}\,\mathbf{i} - \frac{K \cdot Q}{(d_o - x)^2}\,\mathbf{i} = 0$$

b) Correcto. La energía potencial es la energía necesaria para acercar dos cargas desde el infinito hasta una distancia r.

* Energía potencial inicial: $Ep_A = Ep_{1A} + Ep_{2A} = \frac{K \cdot Q \cdot Q}{r} + \frac{K \cdot Q \cdot Q}{r} = \frac{2 \cdot K \cdot Q^2}{r}$

* Energía potencial final: $Ep_B = Ep_{1B} + Ep_{2B} = \frac{K \cdot Q \cdot Q}{2 \cdot r} + \frac{K \cdot Q \cdot Q}{2 \cdot r} = \frac{K \cdot Q^2}{r}$

Efectivamente, la energía potencial final es la mitad de la inicial.