CUESTIONES RESUELTAS DE DINÁMICA Y ENERGÍA

1) ¿Qué es una fuerza conservativa? Propiedades.
Solución: es aquella cuyo trabajo no depende del camino seguido, tan sólo depende de sus estados inicial y final. Propiedades: a) Sólo las fuerzas conservativas dan lugar a energía potencial. El trabajo realizado por fuerzas conservativas es: $W = -\Delta Ep$. b) El trabajo realizado por fuerzas conservativas a lo largo de un camino cerrado es cero: $W_{CONS} = \oint F\,dr = 0$. c) Cuando movemos un cuerpo venciendo una fuerza conservativa que se opone, el trabajo realizado aumenta la energía potencial del cuerpo. d) Las fuerzas conservativas conservan la energía mecánica del sistema: E_M = constante. e) A cada punto del recorrido le corresponde una velocidad, independientemente del sentido.

2) a) ¿Qué se entiende por fuerza conservativa? Explique la relación entre fuerza y energía potencial. b) Sobre un cuerpo actúa una fuerza conservativa. ¿Cómo varía su energía potencial al desplazarse en la dirección y sentido de la fuerza? ¿Qué mide la variación de energía potencial del cuerpo al desplazarse desde un punto A hasta otro B? Razone las respuestas.
Solución: a) Las fuerzas conservativas son aquellas que:
• No merman la capacidad de realizar trabajo de un cuerpo.
• Aquellas que al llevar un cuerpo de un punto A hasta otro B, realizan un trabajo que no depende el camino seguido: $W_{A \to B,\,c1} = W_{A \to B,\,c2}$, sino que solamente de la posición de los puntos inicial y final.
• Aquellas que al recorrer una trayectoria cerrada hacen un trabajo nulo: $\int \mathbf{F} \cdot d\,\mathbf{r} = 0$
Precisamente porque el trabajo que realiza la fuerza F conservativa, solo depende de la posición de los puntos inicial y final, se define una energía asociada a la posición que llamamos energía potencial. Por definición, el trabajo realizado por la fuerza conservativa para llevar una partícula desde un punto A hasta otro B es igual al a “menos” incremento de energía potencial.
$W_{FC} = -\Delta Ep$. O lo que es igual: “El trabajo que hacemos nosotros para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro B, contra las fuerzas del campo y sin aceleración, es igual a la variación de energía potencial entre esos puntos”
$W_{nosotros} = Ep_B - Ep_A = \Delta Ep = -W_{FC}$
b1) Disminuye. Supongamos que la fuerza conservativa sea constante (aunque el resultado sería igual si no lo fuera). Al ser constante podemos utilizar la expresión particular para el trabajo y poner que $W_{FC} = F_{conservativa} \cdot s \cdot \cos\alpha = F_{conservativa} \cdot s \cdot \cos 0 = +$, donde hemos tenido en cuenta que como el cuerpo se desplaza "en la dirección y sentido de la fuerza conservativa" $\alpha = 0$ y en consecuencia el trabajo que hace la fuerza conservativa es positivo. Ahora, teniendo en cuenta que por definición el trabajo que hace una fuerza conservativa para llevar un cuerpo desde un punto a otro es igual a "menos" la variación de energía potencial entre esos puntos:
$W_{FC} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B = + \;\Rightarrow\; Ep_A > Ep_B$. Es el caso de una piedra que cae en el vacío. Obviamente el ángulo formado por la fuerza peso (que es conservativa) y el desplazamiento es cero y su coseno 1, por tanto $W_{FC} = F_{conservativa} \cdot s \cdot \cos 0 = +$ y la piedra se mueve desde el punto de mayor Ep hasta el de menor Ep. De acuerdo con la definición:
$W_{FC} = -\Delta Ep$ el signo menos se interpreta como que la fuerza conservativa realiza trabajo real (trabajo positivo) cuando desplaza el cuerpo desde los puntos de mayor energía potencial a los puntos con menor energía potencial, es decir la Ep disminuye cuando desplaza al cuerpo en la dirección y sentido de la fuerza conservativa.

b2) Hemos dicho que $W_{FC} = - \Delta Ep$. Como el trabajo que hacemos nosotros para llevar un cuerpo de un punto a otro es igual, con el signo cambiado, al que hace la fuerza conservativa (porque la fuerza que debemos hacer es igual y de sentido opuesto a la conservativa):
$W_{FC} = - \Delta Ep = - W_{nosotros}$, que nos dice que la variación de energía potencial entre dos puntos es igual al trabajo que hacemos nosotros para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro B, contra las fuerzas del campo y sin aceleración. Por otro lado, si todas las fuerzas son conservativas se conservará la energía mecánica, $\Delta Ec + \Delta Ep = 0$ por tanto, la variación de energía potencial es igual a la variación de energía cinética con el signo cambiado.

3) Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) Si la energía mecánica de una partícula permanece constante, ¿puede asegurarse que todas las fuerzas que actúan sobre la partícula son conservativas? b) Si la energía potencial de una partícula disminuye, ¿tiene que aumentar su energía cinética?
Solución: a) De acuerdo con el principio de conservación de la energía:
$Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_B + Ep_B \rightarrow \quad W_{FNC} = \Delta E_M$
resulta evidente que si la variación de energía mecánica es nula, el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo. No obstante eso no quiere decir que no las haya, aunque de haberlas el trabajo realizado por todas ellas debe ser nulo, sería el caso de un coche donde el motor ejerza una fuerza igual a la de rozamiento. b) El principio de conservación de la energía también puede escribirse como: $\Delta Ec + \Delta Ep = W_{FNC}$. Como vemos, si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo entonces podemos decir que si disminuye la energía potencial deberá aumentar la energía cinéticaen la misma medida. Pero en el caso de que existan fuerzas no conservativas no puede asegurarse. Un ejemplo sencillo lo tenemos en un cuerpo que desciende frenando por un plano inclinado. En tal caso la energía potencial disminuye y puesto que baja frenando también disminuye su energía cinética. No obstante, la energía total sigue conservándose ya que la disminución de energía mecánica será igual a la perdida en rozamiento.

4) Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) una partícula sobre la que actúa una fuerza efectúa un desplazamiento. ¿Puede asegurarse que realiza un trabajo? b) Una partícula, inicialmente en reposo, se desplaza bajo la acción de una fuerza conservativa. ¿Aumenta o disminuye su energía potencial?
Solución: a) La afirmación no es cierta. Efectivamente el trabajo viene dado por un producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento. Ello implica que debe no ser nula ni la fuerza ni el desplazamiento ni que formen un ángulo de 90º (cos 90º = 0) para que haya un trabajo. Pudiera ocurrir que el ángulo sea de 90º con lo que el trabajo de dicha fuerza sería nulo. b) Si estaba en reposo no tenía energía cinética inicial, la cual aumenta al desplazarse, por lo que su energía potencial debe disminuir ya que la energía mecánica debe permanecer constante.

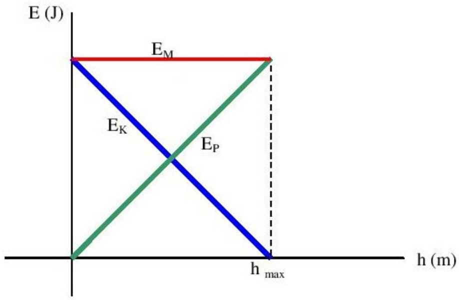
5) Explique y razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre una partícula cuando se traslada desde un punto a otro es igual a la variación de su energía cinética. b) el trabajo realizado por todas las fuerzas conservativas que actúan sobre una partícula cuando se traslada desde un punto a otro es menor que la variación de su energía potencial.
Solución: a) Es cierto, se conoce como el teorema de variación de la energía cinética. Efectivamente y sin importar los tipos de fuerzas que intervienen, el trabajo se obtiene a partir de la diferencia entre las energía cinéticas final e inicial. b) No es cierto. Si las fuerzas son conservativas, el trabajo coincide con la diferencia de la energía potencial y además es independiente del camino seguido.

6) Comente las siguientes afirmaciones: a) Un móvil mantiene constante su energía cinética mientras actúa sobre él: i) una fuerza; ii) varias fuerzas. b) Un móvil aumenta su energía potencial mientras actúa sobre él una fuerza.
Solución: a) El Teorema de la Fuerzas Vivas dice: El trabajo realizado por todas las fuerzas es igual a la variación de su energía cinética, $W_T = \Delta Ec$, por tanto: i) Falso. Una sola fuerza siempre dará lugar a una variación de energía cinética (aumentándola si la fuerza lleva la dirección del movimiento o disminuyéndola si lleva sentido contrario, como ocurre si un coche va acelerando o va frenando). ii) Podría ser verdad, pero siempre que las dos fuerzas dieran resultante nula
b) Depende. Si solamente hay fuerzas conservativas sería Falso, porque una fuerza conservativa nunca hará que aumente la energía potencial, sino todo lo contrario, ya que por definición:
$W_{FC} = -\Delta Ep$ lo que quiere decir que la fuerza conservativa, de forma espontánea, llevará siempre al cuerpo desde el punto de mayor Ep al de menor Ep. (Así un cuerpo siempre cae hacia abajo o un resorte siempre tiende a su posición de equilibrio, pero no al revés.) También sería Falso si el cuerpo se mueve por una superficie equipotencial, porque $\Delta Ep=0$. (que es lo que ocurre cuando sujetamos un cuerpo con la mano y lo desplazamos horizontalmente o cuando la luna gira alrededor de la tierra). En efecto, ya que: $W_{FC} = Ep_A - Ep_B = m \cdot (V_A - V_B)$ y al desplazarse entre dos puntos del mismo potencial ($V_A = V_B$), la expresión anterior es igual a cero. A la misma conclusión llegaríamos teniendo en cuenta que la intensidad de campo es un vector perpendicular a la superficie equipotencial, lo que implica que la fuerza también lo es, y por tanto el trabajo para un desplazamiento de un punto a otro de la superficie equipotencial es nulo porque:
$\mathbf{F} \perp d\,\mathbf{r}$. No obstante puede ser cierto, si la fuerza en cuestión fuese no conservativa y tuviera la dirección y sentido del desplazamiento, ya que de acuerdo con el principio de conservación de la energía $\Delta Ec + \Delta Ep = W_{FNC}$ podría aumentar su energía potencial, aunque no necesariamente, porque puede limitarse a aumentar la energía cinética o ambas. Serían los casos de un coche que sube una cuesta manteniendo la velocidad ($W_{FNC} = \Delta Ep \uparrow$), de un coche que acelera por una carretera horizontal ($W_{FNC} = \Delta Ec \uparrow$), o una mezcla de ambas situaciones.

7) a) ¿Qué trabajo se realiza al sostener un cuerpo durante un tiempo t? b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza peso de un cuerpo si éste se desplaza una distancia d por una superficie horizontal? Razone las respuestas.
Solución: a) Al decirse "sostener" se supone en reposo, por lo que no hay desplazamiento y, por tanto, tampoco trabajo mecánico. Podría surgir la paradoja de que entonces no habría consumo energético si una persona sostuviera durante un tiempo más o menos prolongado un cuerpo cuando en realidad sabemos que sí hay un cansancio. Lo cierto es que sí hay un desplazamiento pero en los "músculos" de esa persona que se tensan para ejercer la fuerza. b) En este caso la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares por lo que el producto escalar de ambos es cero, así que el trabajo es nulo.

8) Una partícula se mueve bajo la acción de una sola fuerza conservativa. El módulo de su velocidad decrece inicialmente, pasa por cero momentáneamente y más tarde crece. a) Ponga un ejemplo real en el que se observe este comportamiento. b) Describa la variación de energía potencial y la de la energía mecánica de la partícula durante ese movimiento.
Solución: a) El ejemplo más evidente es el de un lanzamiento vertical y hacia arriba suponiendo una atmósfera vacía, para descartar la presencia de fricciones (rozamientos) con el aire. El objeto se lanza con una velocidad inicial (valor máximo), y asciende. A medida que va ascendiendo, pierde velocidad, hasta que, para una determinada altura, su velocidad se anula; es el punto de máxima altura. Posteriormente, el móvil inicia su camino de vuelta, aumentando su velocidad a medida que desciende, hasta que, a nivel del suelo, alcanza de nuevo su velocidad máxima. La única fuerza existente es la fuerza gravitatoria terrestre, de carácter conservativo, con lo que se cumple:
$\Delta E_M = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_P = - \Delta E_C$.

b) Como ya se ha indicado, la energía mecánica se mantiene constante en todo el proceso; tal y como indica la fórmula arriba expuesta, las variaciones de energía cinética se corresponden con variaciones opuestas de energía potencial. Es decir, que cualquier aumento de energía cinética se produce por una disminución de igual valor en la energía potencial (y viceversa). Esto puede analizarse en el siguiente gráfico:



9) Un automóvil arranca sobre una carretera recta y horizontal, alcanza una cierta velocidad que mantiene constante durante un cierto tiempo y, finalmente, disminuye su velocidad hasta detenerse.
a) Explique los cambios de energía que tienen lugar a lo largo del recorrido. b) El automóvil circula después por un tramo pendiente hacia abajo con el freno accionado y mantiene constante su velocidad. Razone los cambios energéticos que se producen.
Solución: a) Como parte del reposo no tiene energía cinética inicial. Su energía potencial es constante ya que mantiene la misma altura y por tanto la misma distancia al centro de la Tierra. La única energía que se le proporciona es la debida al trabajo que efectúa el motor del automóvil. Esta energía se transforma en energía cinética ya que adquiere una velocidad y en trabajo de rozamiento no solo de las ruedas con la carretera sino el debido al propio mecanismo interior del automóvil además del rozamiento con el aire. En el trayecto que mantiene la velocidad constante su energía cinética no cambia por lo que todo el aporte del trabajo del motor se invierte en rozamiento. Finalmente va perdiendo velocidad y por tanto energía cinética que también se transforma en rozamiento. b) Cuando desciende por el plano inclinado a velocidad constante mantiene su energía cinética invariable mientras que va perdiendo energía potencial que se transforma en trabajo de rozamiento independientemente de la energía que pueda seguir aportando el motor.

10) a) Defina los términos "fuerza conservativa" y "energía potencial" y explique la relación entre ambos. b) Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de conservación de la energía mecánica de esa partícula? ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa? Razone las respuestas.
Solución: a) Una fuerza conservativa es aquella cuyo trabajo no depende del camino seguido, tan solo depende de su estado inicial y su estado final, de manera que si ambos coincidieran, el trabajo sería cero como sucede en un proceso cíclico. El término relacionado con el estado inicial o final se denomina energía potencial, es una energía cuya diferencia entre ambos estados coincide con el trabajo de la fuerza conservativa. También podemos establecer una relación íntima entre la energía potencial y el lugar donde se encuentre un cuerpo dentro de un campo de fuerza. b) Hay tantos términos de energía potencial como fuerzas conservativas, en este caso serán tres. La fuerza no conservativa no se asocia a una energía potencial pero sí a un trabajo llamado disipativo que disminuye la energía mecánica global del sistema. Podemos establecer que la energía mecánica inicial es igual a la final más el trabajo disipativo.

11) Comente las siguientes afirmaciones, razonando si son verdaderas o falsas: a) existe una función energía potencial asociada a cualquier fuerza; b) el trabajo de una fuerza conservativa sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos es menor si el desplazamiento se realiza a lo largo de la recta que los une.
Solución: a) Falso. La energía potencial está asociada exclusivamente a las fuerzas conservativas. Sólo las fuerzas conservativas pueden provocar un cambio en la energía potencial:
$W_{FC} = - \Delta Ep$. b) No es cierto, el trabajo de una fuerza conservativa no depende del camino seguido.

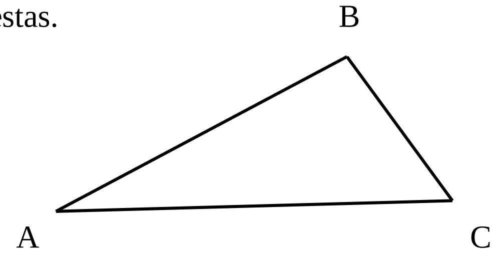
12) Analice las siguientes proposiciones, razonando si son verdaderas o falsas: a) el trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética. b) la energía necesaria para escapar de la Tierra depende de la elección del origen de energía potencial.
Solución: a) Es verdadera. Es cierto, se conoce como el teorema de variación de la energía cinética o teorema de las fuerzas vivas. Efectivamente, y sin importar los tipos de fuerzas que intervienen, el trabajo se obtiene a partir de la diferencia entre las energía cinéticas final e inicial. $W_T = \Delta Ec$
b) No es cierta la afirmación, lo que realmente importa es la diferencia de energía potencial y este valor no depende del origen elegido.

13) Sobre una partícula sólo actúan fuerzas conservativas. a) ¿Se mantiene constante su energía mecánica? Razone la respuesta. b) Si sobre la partícula actúan además fuerzas de rozamiento, ¿cómo afectarían a la energía mecánica?
Solución: a) Sí se mantiene su energía mecánica. Es una de las características fundamentales de las fuerzas conservativas. Supone como hemos visto en ejercicios anteriores una transformación de energía cinética en energía potencial. b) Disminuye la energía mecánica si aparece una fuerza de rozamiento o disipativa ya que este tipo de fuerzas no son conservativas.

14) a) Defina energía potencial a partir del concepto de fuerza conservativa. b) Explique por qué, en lugar de energía potencial en un punto, deberíamos hablar de energía potencial entre dos puntos. Ilustre su respuesta con algunos ejemplos.
Solución: a) Una fuerza conservativa es aquella cuyo trabajo no depende del camino seguido, tan sólo depende de su estado inicial y su estado final, de manera que si ambos coincidieran, el trabajo sería cero como sucede en un proceso cíclico. El término relacionado con el estado inicial o final se denomina energía potencial, es una energía cuya diferencia entre ambos estados coincide con el trabajo de la fuerza conservativa. También podemos establecer una relación íntima entre la energía potencial y el lugar donde se encuentre un cuerpo dentro de un campo de fuerza. b) Justamente por lo indicado en el apartado a), la energía potencial entre dos puntos representa el trabajo para desplazar un cuerpo entre ellos. Cuando decimos por ejemplo que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo a una distancia de la Tierra r es $– GM_T\, m/ r$, estamos indicando que éste es el valor para llevar un cuerpo desde ese lugar hasta el infinito. Cuando decimos que la energía potencial de un cuerpo en las proximidades de la superficie terrestre es mgh estamos indicando que esa es la energía que deberíamos comunicarle para elevarlo una altura h. Siempre está referida a la energía o, mejor dicho, diferencia de energía potencial entre dos puntos.

15) Una partícula parte de un punto sobre un plano inclinado con una cierta velocidad y asciende, deslizándose por dicho plano inclinado sin rozamiento, hasta que se detiene y vuelve a descender hasta la posición de partida. a) Explique las variaciones de energía cinética, de energía potencial y de energía mecánica de la partícula a lo largo del desplazamiento. b) Repita el apartado anterior suponiendo que hay rozamiento.
Solución: a) Este apartado se desarrolla en un campo de fuerzas conservativo (campo gravitatorio), por lo tanto la energía mecánica permanece constante en todo el desplazamiento, que como se ve en la figura consiste en ir del punto a al b y volver al a: $E_{MA} = E_{MB}$; $Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B$
Si situamos el plano h = 0 en el punto a la energía potencial en dicho punto será nula y como en b, v = 0, la energía cinética en b también será nula, por tanto: $Ec_A = Ep_B$, es decir, entre el punto a y el b la energía cinética disminuye convirtiéndose en energía potencial. Entre b y a la variación es a la inversa, la energía potencial va disminuyendo transformándose en energía cinética, llegando al punto a con la misma velocidad con la que partió, pero de sentido contrario. b) Al existir rozamiento, el campo no es conservativo y por lo tanto la energía mecánica no se conserva, parte de ella se disipa en forma de calor debido al rozamiento. Entre a y b: $Ec_A = Ep_B + W_{ROZ}$, h sería menor que en el apartado anterior. Entre b y a la energía potencial disminuye convirtiéndose parte en energía cinética y parte en vencer el rozamiento: $Ep_B = Ec_A + W_{ROZ}$, por lo tanto la velocidad en a sería menor que v y de sentido contrario.

16) Una masa M se mueve desde el punto A hasta el B de la figura y posteriormente desciende hasta el C. Compare el trabajo mecánico realizado en el desplazamiento A → B → C con el que se hubiera realizado en un desplazamiento horizontal desde A hasta C. a) Si no hay rozamiento. b) En presencia de rozamiento. Justifique las respuestas.



a) Si no hay rozamiento, puesto que el trabajo realizado por las fuerzas conservativas es independiente del camino seguido y solo depende de la posición inicial y final, es evidente que el trabajo realizado a través de la trayectoria ABC es el mismo que el realizado por la trayectoria AC. De acuerdo con la definición de energía potencial, el trabajo sería:
$W_{FC} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_C$
En el caso de fuerzas no conservativas: $W_{FNC} = \Delta Ep = Ep_C - Ep_A$
b) Al haber rozamiento el trabajo ya sí que depende del camino seguido, porque la fuerza de rozamiento no es conservativa. Como los puntos A y C son los mismos que antes, la variación de energía potencial sigue siendo la misma que antes, pero el trabajo de rozamiento, en valor absoluto, será mayor por el camino más largo porque el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es directamente proporcional al desplazamiento. Por tanto el trabajo a través de la trayectoria ABC será mayor que el realizado por la trayectoria AC.

17) a) ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Y la energía potencial? En caso afirmativo explique el significado físico del signo. b) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta.
Solución: a1) La respuesta es no. La propia fórmula de la energía cinética nos aporta la respuesta: $Ec = \frac{1}{2} k x^2$. Analizando cada término del producto comprobamos que, por un lado, la masa es una magnitud siempre positiva, el coeficiente 1⁄2 también, claro está; y por último, el término v , que también lo es por ser un valor elevado a un exponente par, que como bien conocemos, da siempre un valor positivo. Por lo tanto se trata del producto de tres factores positivos que dan, lógicamente otro valor siempre positivo.
a2) La situación es ahora muy diferente, puesto que en la definición de energía Ep = mgh , el factor h indica la altura respecto a un nivel o punto de referencia al que se le asigna el valor cero. En este sentido, si el objeto se halla a una altura superior a ese nivel, el valor de h será positivo, por lo que se tratará del producto de tres factores positivos, la masa, el módulo de la aceleración de la gravedad, y la propia altura. Sin embargo, en el caso en el que el cuerpo se encuentre por debajo de ese "nivel cero", h adoptará valores negativos, por lo que la energía potencial será negativa. Los significados físicos de una energía potencial positiva y otra negativa son muy diferentes: Si el valor es positivo, será el campo gravitatorio quien realizará la fuerza necesaria para llevar al cuerpo hasta el punto de referencia o nivel cero. Por el contrario, si la energía potencial es negativa, seremos nosotros (fuerza externa al campo), quienes habremos de realizar la fuerza para llevar la masa hasta el sistema de referencia, en contra del campo gravitatorio.
b) La respuesta es negativa. Precisamente esa es la característica que debe cumplir todo campo de fuerzas conservativo. Recordemos que estas fuerzas conservativas son aquellas que realizan un trabajo nulo al completar un ciclo cerrado (el cuerpo parte de una posición inicial para, por cualquier camino, retornar de nuevo a esta).
Si no todas las fuerzas que actúan son conservativas, como por ejemplo cuando aparecen rozamientos, la expresión $\Delta E_C = - \Delta E_P$ no se cumple. Sí se cumple, lógicamente, el principio de conservación de la energía:

$$\left.\begin{array}{l} {}_{WT} = W_{FC} + W_{FNC} = \Delta E_C \\ W_{FC} = - \Delta E_P \end{array}\right\} \rightarrow - \Delta E_P + W_{FNC} = \Delta E_C \rightarrow W_{FNC} = \Delta E_C + \Delta E_P = \Delta E_M$$

18) Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento? b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?
Solución: a) La fuerza de rozamiento es una fuerza disipativa y por tanto no se le puede asociar una energía potencial, ya que el trabajo realizado para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro punto B depende del camino seguido y no exclusivamente de la posición de los puntos inicial y final. Eso no ocurre con las fuerzas conservativas, y por eso precisamente a esos puntos se le puede asociar una energía "que solamente depende de la posición" y que llamamos energía potencial. b) Por definición, el trabajo que hace una fuerza conservativa para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro B es igual a menos la variación de energía potencial entre esos puntos:
$W_{FC} = - \Delta Ep = Ep_A - Ep_B$. Por tanto, es evidente que, solamente tiene sentido hablar de variación de energía potencial entre dos puntos. De hecho, la energía potencial en un punto realmente es también la diferencia de potencial entre dos puntos, solo que uno de ellos (por ejemplo el infinito) le asignamos por acuerdo energía potencial nula. Así:
$W_{FC} = - \Delta Ep = Ep_A - Ep_\infty = Ep_A$

Según esto, la energía potencial gravitatoria de una masa en un punto A es igual al trabajo que el campo gravitatorio debe hacer para llevar esa masa hasta el infinito, al que se le asigna $Ep_\infty = 0$ (También podemos definirlo como el trabajo que nosotros hemos de hacer para traer una masa desde el infinito hasta ese punto).

19) a) Principio de conservación de la energía mecánica. b) Desde el borde de un acantilado de altura h se deja caer libremente un cuerpo. ¿Cómo cambian sus energías cinética y potencial? Justifique la respuesta.
Solución: a) Supongamos un sistema en el que solamente obran fuerzas conservativas. Según lo estudiado, el trabajo realizado por fuerzas de cualquier tipo es igual a la variación de la energía cinética del sistema: $W = \Delta Ec$. Además hemos comprobado que si las fuerzas son conservativas, el trabajo realizado por ellas también equivale a la variación negativa de la energía potencial:
$W = - \Delta Ep$. Dado que estamos hablando en los dos casos del mismo trabajo:
$\Delta Ec = - \Delta Ep$; $\Delta Ec + \Delta Ep = 0$. Y como: $E = Ec + Ep$, $\Delta E_M = 0$. La energía mecánica de un sistema permanece constante si las fuerzas que actúan sobre él son conservativas.
b) Cuando se deja caer libremente un cuerpo desde el borde de un acantilado, sobre este, sólo actúa la fuerza gravitatoria que le ejerce la tierra que como sabemos es conservativa, por lo tanto se conserva la energía mecánica. $E_M = Ec + Ep$. Al descender, la energía potencial ($Ep = mgh$) disminuye y, por lo tanto, la energía cinética ha de aumentar para que la energía mecánica permanezca constante.

20) a) Explique la relación entre fuerza conservativa y variación de energía potencial. b) Un cuerpo cae libremente sobre la superficie terrestre. ¿Depende la aceleración de caída de las propiedades de dicho cuerpo? Razone la respuesta. Solución: a) El trabajo que realiza una fuerza conservativa cuando se desplaza entre dos puntos es igual a la menos variación de la energía potencial. Una fuerza conservativa es aquella cuyo trabajo no depende del camino seguido, tan sólo depende de su estado inicial y su estado final, de manera que si ambos coincidieran, el trabajo sería cero como sucede en un proceso cíclico. El término relacionado con el estado inicial o final se denomina energía potencial, es una energía cuya diferencia entre ambos estados coincide con el trabajo de la fuerza conservativa. b) Suponiendo que no hubiera rozamiento con el aire su aceleración es la de la gravedad independientemente de su masa o volumen.

21) Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento? b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?
Solución: a) La fuerza de rozamiento es una fuerza disipativa y por tanto no se le puede asociar una energía potencial, ya que el trabajo realizado para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro punto B depende del camino seguido y no exclusivamente de la posición de los puntos inicial y final. Eso no ocurre con las fuerzas conservativas, y por eso precisamente a esos puntos se le puede asociar una energía “que solamente depende de la posición” y que llamamos energía potencial.
b) Por definición, el trabajo que hace una fuerza conservativa para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro B es igual a menos la variación de energía potencial entre esos puntos:
$W_{FC} = - \Delta Ep = Ep_A - Ep_B$. Por tanto, es evidente que, sólamente tiene sentido hablar de variación de energía potencial entre dos puntos. De hecho, la energía potencial en un punto realmente es también la diferencia de potencial entre dos puntos, solo que uno de ellos (por ejemplo el infinito) le asignamos por acuerdo energía potencial nula. Así: $W_{FC} = - \Delta Ep = Ep_A - Ep_\infty$
Según esto, la energía potencial gravitatoria de una masa en un punto A es igual al trabajo que el campo gravitatorio debe hacer para llevar esa masa hasta el infinito, al que se le asigna $Ep_\infty = 0$ (También podemos definirlo como el trabajo que nosotros hemos de hacer para traer una masa desde el infinito hasta ese punto).

22) Comente las siguientes frases: a) La energía mecánica de una partícula permanece constante si todas las fuerzas que actúan sobre ella son conservativas. b) Si la energía potencial de una partícula disminuye, ¿tiene que aumentar su energía cinética?
Solución: a) De acuerdo con el principio de conservación de la energía:
$Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_B + Ep_B \rightarrow W_{FNC} = \Delta E_M$
resulta evidente que si la variación de energía mecánica es nula, el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo. No obstante eso no quiere decir que no las haya, aunque de haberlas el trabajo realizado por todas ellas debe ser nulo, sería el caso de un coche donde el motor ejerza una fuerza igual a la de rozamiento.
b) El principio de conservación de la energía también puede escribirse como:
$\Delta Ec + \Delta Ep = W_{FNC}$. Como vemos, si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo entonces podemos decir que si disminuye la energía potencial deberá aumentar la energía cinéticaen la misma medida. Pero en el caso de que existan fuerzas no conservativas no puede asegurarse. Un ejemplo sencillo lo tenemos en un cuerpo que desciende frenando por un plano inclinado. En tal caso la energía potencial disminuye y puesto que baja frenando también disminuye su energía cinética. No obstante, la energía total sigue conservándose ya que la disminución de energía mecánica será igual a la perdida en rozamiento.

23) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? ¿Es igual a la variación de su energía potencial? Razone las respuestas.
Solución: Supongamos un cuerpo que se desplaza por una trayectoria cualquiera bajo la acción de una fuerza **F**, la única componente que realiza trabajo es aquella que actúa en la dirección del desplazamiento, es decir, la componente tangencial que llamaremos $\mathbf{F_t}$. El trabajo realizado por la fuerza cuando el cuerpo se traslada entre dos puntos A y B es:

$$W = \int_A^B F\,dr = \int_A^B F_t \cdot ds = \int_A^B m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot ds = \int_A^B m \cdot dv \cdot \frac{ds}{dt}$$

suponiendo que la masa permanece constante durante el desplazamiento:

$$W = m \cdot \int_A^B v \cdot dv = \frac{1}{2}\, m\, v_A^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_B^2$$

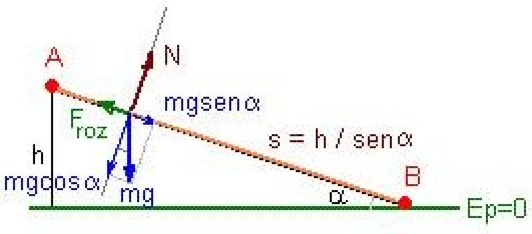
Sea cual sea la naturaleza de la fuerza o fuerzas que actúa sobre un cuerpo, el trabajo total realizado al trasladarlo entre dos puntos es igual a la variación de la energía cinética:

$$W = \Delta Ec$$

Además hemos comprobado por definición que si las fuerzas son conservativas, el trabajo realizado por ellas también equivale a la variación negativa de la energía potencial:

$$W = - \Delta Ep$$

24) Un automóvil desciende por un tramo pendiente con el freno accionado y mantiene constante su velocidad. Razone los cambios energéticos que se producen.
Solución: En este caso, obviamente, no se conserva la energía mecánica, ya que la energía cinética no varía y entones la disminución de la energía potencial se transforma en trabajo realizado contra la fuerza de rozamiento, que no es conservativa, y que finalmente se transforma en calor.



Aplicando el principio de conservación de la energí a total entre los puntos A y B, tendremos:
$Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_B + Ep_B$

- En este caso la fuerza no conservativa es la fuerza de rozamiento.
- De acuerdo con la segunda ley de Newton, si el automóvil baja con velocidad constante, la suma de todas las fuerzas sobre él debe ser cero y, como se deduce de la figura, la fuerza de rozamiento debe ser igual a la componente del peso en la dirección del plano: F_{roz} = m g sen α y lleva sentido contrario al movimiento. En forma de vector sería: F_{roz} = m g sen α (-i)
- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es negativo, precisamente porque tiene sentido contrario al desplazamiento, es decir forma ángulo de 180 con el desplazamiento. Teniendo en cuenta que el espacio recorrido es s=h/senα :

$$W_{FNC} = W_{ROZ} = F_R \cdot s \cdot \cos\ \alpha = - F_R \cdot s = = - m\ g\ sen\ \alpha \cdot \frac{h}{sen\alpha} = - m\ g\ h\ ;$$

$$W_{ROZ} = \int F \cdot dr = - m\ g\ h$$

Sustituyendo en la expresión de la conservación de la energía total, y teniendo en cuenta que si la velocidad no varía la energía cinética es la misma en los puntos A y B, y tomando nivel cero de energía potencial en el punto B, tendremos que:

$$\cancel{Ec_A} + Ep_A - mgh = \cancel{Ec_B} + \cancel{Ep_B}$$

de donde se deduce que Ep_A = mgh , es decir, toda la energía potencial que tenía en el punto A se ha perdido en trabajo de rozamiento, es decir se ha disipado en forma de calor.

25) En un instante t_1 la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial es 12 J. En un instante posterior, t_2 , la energía cinética de la partícula es 18 J. a) Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula ¿Cuál es su energía potencial en el instante t_2 ? b) Si la energía potencial en el instante t_2 fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula?. Razone las respuestas.
Solución: a) Del teorema de conservación de la energía mecánica se desprende que si sobre un cuerpo actúan solo fuerzas conservativas se conserva la energía mecánica:
$Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B = E = \text{constante}$; $30 + 12 = 18 + Ep \Rightarrow Ep = 24$ Julios
b) Del teorema de conservación de la energía en su forma general se deduce que:
$Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_B + Ep_B$; $30 + 12 + W_{FNC} = 18 + 6 \Rightarrow W_{FNC} = - 18$ Julios

Dependiendo del signo del trabajo de las fuerzas no conservativas la energía mecánica al final puede ser mayor o menor que la inicial. En el caso que nos ocupa la energía mecánica final (24 J) es menor que la inicial (42 J), seguramente debido a la existencia de fuerzas de rozamiento, ya que el trabajo que realizan es negativo (porque al llevarsentido contrario al desplazamiento el ángulo que forma la F roz y el desplazamiento es de 180, o si hiciéramos el tratamiento vectorial al realizar el producto escalar $F_{Roz} \bullet d\, r$ tendremos siempre (por ejemplo $-\mathbf{i} \bullet \mathbf{i} = -1$) la energía al final siempre será menor que la inicial.

26) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? ¿Es igual a la variación de su energía potencial? Razone las respuestas.
Solución: Sí, el Teorema de la Fuerzas Vivas dice: El trabajo realizado por todas las fuerzas es igual a la variación de su energía cinética. La segunda parte es falso ya que, de acuerdo con la definición $W_{FC} = -\Delta Ep$, solamente en el caso de que todas las fuerzas sean conservativas el trabajo realizado por las fuerzas es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo.

27) a) ¿Qué se entiende por fuerza conservativa? ¿Y por energía potencial? Indique algunos ejemplos de fuerzas conservativas y no conservativas. b) ¿Puede un mismo cuerpo tener más de una forma de energía potencial? Razone la respuesta aportando algunos ejemplos.
Solución: Fuerza conservativas : Es toda fuerza que, producida a lo largo de una trayectoria cerrada, realiza un trabajo total nulo. Es decir:
$F_{\text{CONSERVATIVA}} \rightarrow W = \oint F \cdot dr = 0$
Energía potencial: Se trata de una función de estado (que depende únicamente de la posición en la que se encuentra el cuerpo y de la masa de ese cuerpo, para el caso de E_{PG} , o de la posición y de las características propias del resorte, la constante recuperadora, para el caso de E_{PE}.

$$W_{\text{CONSERVATIVA}} = \int_A^B F \cdot dr = -\Delta Ep$$

La energía potencial gravitatoria equivale al trabajo que una fuerza conservativa (fuerza de atracción gravitatoria realiza para llevar la unidad de masa desde el infinito (donde $E_{PG} = 0$) hasta el punto considerado. Siempre tiene un valor negativa, y su valor es: $Ep_G = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{R}$, expresión que, para el caso en el que nos encontremos en la superficie terrestre, adopta la conocida forma de:
$Ep_G = mgh$. Por su parte, la Ep_E equivaldrá al trabajo que deberá realizara la fuerza conservativa (fuerza elástica) para producir una deformación Δx. Su valor viene dado por:
$Ep_E = \dfrac{1}{2}\, k\, x^2$. Como ejemplos de fuerzas conservativas, ya hemos mencionado la fuerza de atracción gravitatoria y la fuerza elástica, y como ejemplos de fuerzas no conservativas, las fuerzas de rozamiento o fricción. b) Desde luego que si. Un cuerpo puede poseer a la vez energía potencial gravitatoria y energía potencial elástica, como sucede con un resorte colgado del techo a cierta altura y que sufre un movimiento de oscilación (compresiones y estiramientos) Otra posibilidad sería la posesión, por parte de un cuerpo, de energía potencial eléctrica y energía potencial gravitatoria. El ejemplo a esto podría ser un cuerpo eléctricamente cargado situado a determinada altura con respecto al suelo.

28) a) Explique el significado de “fuerza conservativa” y “energía potencial” y la relación entre ambos. b) Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula? ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa?
Solución: a) Se dice que un campo de fuerzas es conservativo cuando el trabajo que ejerce la fuerza para trasladar un cuerpo de un punto a otro del campo, solo depende del punto inicial y del punto final, no depende, por lo tanto, del camino seguido. En dichos casos puede definirse una función de posición, de tal forma, que la diferencia entre los valores que toma dicha función en ambos puntos (final e inicial) es el trabajo realizado por el campo sobre dicho cuerpo. Esta función de posición es lo que llamamos “energía potencial”. b) En la ecuación de la energía mecánica aparecen tres términos de energía potencial, uno por cada tipo de fuerza conservativa que está actuando sobre el cuerpo. La contribución de la fuerza no conservativa aparece en dicha ecuación como trabajo de rozamiento y lo hace con signo negativo, puesto que es una energía que se disipa en forma de calor.

29) a) Conservación de la energía mecánica. b) Se lanza hacia arriba por un plano inclinado un bloque con una velocidad v_0. Razone cómo varían su energía cinética, su energía potencial y su energía mecánica cuando el cuerpo sube y, después, baja hasta la posición de partida. Considere los casos: i) que no haya rozamiento; ii) que lo haya.
Solución: a) La energía mecánica de un cuerpo se definía como la suma de las energías cinética y potencial que posee dicho cuerpo.

$$E = Ec + Ep = Ec + Ep_G + Ep_E + Ep_{EL}$$

Cuando se produce un cambio en la energía mecánica de un cuerpo, esto será debido a que cambia alguna de las energías que la componen (energía cinética, potencial). Así: $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep$
Según el teorema trabajo-energía cinética, la variación de energía cinética es igual al trabajo total realizado sobre el cuerpo: $W_T = \Delta Ec$. Y el trabajo realizado por las fuerzas conservativas es igual a la variación (con signo cambiado) de la energía potencial: $W_{FC} = - \Delta Ep$
Con lo cual, nos queda: $\Delta E_M = W_T - W_{FC} = W_{FNC}$
Es decir, son las fuerzas no conservativas aplicadas al cuerpo las que hacen que cambie su energía mecánica. Dicho de otra forma: Si sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas y éstas realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo variará. Esas fuerzas no conservativas pueden hacer que la E_M aumente o disminuya. En ese último caso, se dice que la fuerza es disipativa (p.e. el rozamiento).
Principio de conservación de la energía mecánica: De lo anterior podemos extraer una nueva lectura, que se conoce como “principio de conservación de la energía mecánica”. Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas no conservativas, o éstas no realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo se mantendrá constante. b) Si consideramos el nivel cero de energía potencial gravitatoria al principio del plano inclinado, vemos que inicialmente la energía mecánica del bloque es únicamente cinética.
Consideramos los dos casos que nos indica la cuestión:
i) Plano sin rozamiento. Sólo actúan sobre el bloque la fuerza gravitatoria, que es conservativa, y la fuerza normal, que es no conservativa, pero no realiza trabajo, ya que es perpendicular al desplazamiento en todo momento. Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, como no existen fuerzas no conservativas que realicen trabajo sobre el bloque, la energía mecánica se mantiene constante. $\Delta E_M = W_{FNC} \rightarrow E_M = \text{constante} \rightarrow - \Delta Ep = \Delta Ec$
Por lo tanto, en la subida por la rampa aumenta la energía potencial gravitatoria (Epg = mgh), al tiempo que disminuye la energía cinética. Cuando llega a su punto más alto, su energía cinética es nula, y la energía potencial gravitatoria es máxima, coincidiendo con la energía cinética inicial. Durante el movimiento de caída, vuelve a producirse una transformación de energía potencial gravitatoria, que disminuye, en energía cinética, que aumenta hasta hacerse igual a la energía cinética que tenía al principio, antes de la subida.

ii) Plano con rozamiento. Ahora, junto a las fuerzas antes indicadas, actúa la fuerza de rozamiento, que se opone al desplazamiento tanto en la subida como en la bajada. Se trata de una fuerza no conservativa, que hace disminuir la energía mecánica, disipándose parte de ésta mediante calor al medio ambiente. De este modo, en la subida, la energía cinética disminuye mientras aumenta la energía gravitatoria, pero debido a la disipación energía por el rozamiento, la altura que alcanza es inferior a la que alcanzaría sin rozamiento. Durante la bajada, se vuelve a producir una transformación de energía potencial en energía cinética. Nuevamente, la disipación de energía al medio ambiente hace que la energía cinética (y por lo tanto la velocidad) con la que vuelve a llegar abajo sea inferior a la de partida.

30) Comente cada una de las afirmaciones siguientes y razone si son ciertas o falsas: a) El trabajo de una fuerza conservativa aumenta la energía cinética de la partícula y disminuye su energía potencial. b) El trabajo de una fuerza no conservativa aumenta la energía potencial de la partícula y disminuye su energía mecánica.
Solución: a) Verdadero. $W_T = W_{FC} + W_{FNC} = - \Delta Ep + W_{FNC} = \Delta Ec$; $W_{FC} = - \Delta Ep$. Cualquier tipo de fuerza tiende a cambiar la energía cinética de una partícula. Sin embargo, sólo las fuerzas conservativas cambian la energía potencial. b) Falso. Las fuerzas no conservativas no modifican el valor de la energía potencial. Tampoco tienen por qué disminuir la energía mecánica. Lo que sí hacen es modificar la energía mecánica. $W_{FNC} = \Delta Ec + \Delta Ep = \Delta E_M$

31) Comente esta afirmación: El trabajo realizado por todas las fuerzas conservativas que actúan sobre una partícula cuando se traslada desde un punto hasta otro es menor que la variación de su energía potencial.
Solución: correcto. $W_{FC} = - \Delta Ep$. El trabajo realizado por las fuerzas conservativas es menor que ΔEp ya que es igual al opuesto de ΔEp. Las fuerzas conservativas son aquellas cuyo trabajo no depende del recorrido, sino de las posiciones inicial y final. El cuerpo se mueve espontáneamente desde los puntos de más energía potencial hasta los de menos energía potencial.

32) a) ¿Por qué la fuerza ejercida por un muelle que cumple la ley de Hooke se dice que es conservativa? b) ¿Por qué la fuerza de rozamiento no es conservativa?
Solución: La fuerza ejercida por un muelle es conservativa porque cumple que el trabajo que utiliza dicha fuerza para trasladar un cuerpo de una posición A a otra B es independiente del camino seguido y solo depende de la posición inicial y final. La energía de un cuerpo va a variar cuando este choque contra un muelle, y así se va a transformar a energía potencial elástica.

En la fuerza elástica, donde se cumple la ley de Hooke, la energía potencial elástica es $\frac{1}{2}KX^2$ y el trabajo será $W \equiv -E_{Pe}b + E_{Pe}a$
Así el trabajo realizado por una fuerza conservativa se puede expresar como la variación de la energía entres los puntos inicial y final. $W = \int_A^B \vec{F}\, d\vec{r} = E_{Pa} - E_{Pb} = -\Delta E_P$

A continuación, demostramos la fuerza elástica:

$$W = \int_A^B \vec{F}\, d\vec{r} = \int_A^B -Kxdx = -K\int_A^B xdx = -K\left[\frac{x^2}{2}\right] = -K\frac{x^2{}_B}{2} + K\frac{x^2{}_A}{2}$$

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}Kx^2 \qquad W = -E_{Pe}b + E_{Pe}a$$

b) La fuerza de rozamiento no es conservativa porque depende del camino seguido, podemos explicar esto con el siguiente ejemplo: la fuerza de rozamiento que actúa en sentido contrario al movimiento y también genera un trabajo negativo por lo que la energía final es menor que la inicial. A mayor desplazamiento mayor trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, por lo que sí depende del camino.