

## PROBLEMAS DE GRAVITACIÓN

1) La masa de Marte es  $6,4 \cdot 10^{23}$  kg y su radio 3400 km. a) Haciendo un balance energético, calcule la velocidad de escape desde la superficie de Marte. b) Fobos, satélite de Marte, gira alrededor del planeta a una altura de 6000 km sobre su superficie. Calcule razonadamente la velocidad y el periodo orbital del satélite.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ . Solución: a) 14.134 s. b) 2667 m/s.

2) El planeta Júpiter tiene varios satélites. El más próximo es Io, que gira en una órbita de radio 421600 km con un periodo de  $1,53 \cdot 10^5$  s, y el siguiente satélite es Europa, que gira a 670000 km del centro de Júpiter. a) Calcule la masa de Júpiter y el periodo de rotación de Europa explicando el razonamiento seguido para ello. b) Determine la velocidad de escape de Júpiter.  
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $R_J = 71500$  km. Solución: a)  $1'89 \cdot 10^{27}$  kg,  $3'07 \cdot 10^5$  s b) 59.382 m/s

3) La masa de la Tierra es aproximadamente 81 veces la masa de la Luna y la distancia entre sus centros es de  $3,84 \cdot 10^5$  km. a) Deduzca la expresión de la velocidad orbital de un satélite en torno a un planeta y calcule el período de revolución de la Luna alrededor de la Tierra. b) Calcule la energía potencial de un satélite de 500 kg situado en el punto medio del segmento que une los centros de la Tierra y la Luna.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg.  
Solución: a)  $2'36 \cdot 10^6$  s. b)  $-1'06 \cdot 10^6$  J.

4) Una nave espacial se encuentra en órbita terrestre circular a 5500 km de altitud. a) Calcule la velocidad y periodo orbitales. b) Razone cuál sería la nueva altitud de la nave en otra órbita circular en la que: i) su velocidad orbital fuera un 10% mayor; ii) su periodo orbital fuera un 10% menor.  
 $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ ;  $R_T = 6370$  km. Solución: a) 5788 m/s , 12.886 s. b) 9810 km, 11.100 km.

5) El satélite español PAZ es un satélite radar del Programa Nacional de Observación de la Tierra que podrá tomar imágenes diurnas y nocturnas bajo cualquier condición meteorológica. Se ha diseñado para que tenga una masa de 1400 kg y describa una órbita circular con una velocidad de  $7611,9 \text{ m s}^{-1}$ . Calcule, razonadamente, cuál será la energía potencial gravitatoria de dicho satélite cuando esté en órbita.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 5'97 \cdot 10^{24}$  kg ;  $R_T = 6'37 \cdot 10^6$  m  
Solución:  $-8'11 \cdot 10^{10}$  J

6) Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular a una altura h sobre la superficie terrestre. El valor de la gravedad a dicha altura, g, es la tercera parte de su valor en la superficie de la Tierra,  $g_0$ . Determine el periodo de la órbita y la energía mecánica del satélite.  
 $g_0 = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ ;  $R_T = 6370$  km. Solución: 11.500 s,  $-7'23 \cdot 10^9$  J

7) Dos masas,  $m_1 = 50$  kg y  $m_2 = 100$  kg, están situadas en los puntos A(0,6) y B(8,0) m, respectivamente. a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre una masa  $m_3 = 20$  kg situada en el punto P(4,3) m y calcule la fuerza resultante que actúa sobre ella. ¿Cuál es el valor del campo gravitatorio en este punto? b) Determine el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria al trasladar la masa de 20 kg desde el punto (4,3) hasta el punto (0,0) m. Explique si ese valor del trabajo depende del camino seguido.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ . Solución: a)  $\mathbf{F} = 2'13 \cdot 10^{-9} \mathbf{i} - 1'6 \cdot 10^{-9} \mathbf{j}$  ;  
 $\mathbf{g} = 1'06 \cdot 10^{-10} \mathbf{i} - 8 \cdot 10^{-11} \mathbf{j}$  ; b)  $-1'34 \cdot 10^{-8}$  J

8) Dos masas puntuales de 5 y 10 kg, respectivamente, están situadas en los puntos (0,0) y (1,0) m, respectivamente. a) Determine el punto entre las dos masas donde el campo gravitatorio es cero. b) Calcule el potencial gravitatorio en los puntos A (-2,0) m y B (3,0) m y el trabajo realizado al trasladar desde B hasta A una masa de 1,5 kg. Comente el significado del signo del trabajo.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}.$$

Solución: a) 41'4 cm. b)  $- 3'89 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $-8'33 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $6'66 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ .

9) El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a  $206,7 \cdot 10^6 \text{ km}$ , mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a  $249,2 \cdot 10^6 \text{ km}$ . Si la velocidad de Marte en el perihelio es de  $26,50 \text{ km s}^{-1}$ , determine: a) La velocidad de Marte en el afelio. b) La energía mecánica total de Marte en el afelio. Datos: Constante de Gravitación Universal:  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de Marte:  $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ ; Masa del Sol:  $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ .

Solución: a) 22 km/s. b)  $- 1'87 \cdot 10^{32} \text{ J}$ .

10) a) Determina la densidad media de la Tierra. b) Determina la energía mecánica de la Tierra alrededor del Sol supuesta la trayectoria circular.  $R_T = 6370 \text{ km}$ , distancia al Sol: 150 millones de kilómetros.  $M_T = 5'97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , masa del Sol:  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . Solución: a)  $5'51 \text{ g/cm}^3$ . b)  $- 5'31 \cdot 10^{33} \text{ J}$ .

11) a) La Estación Espacial Internacional orbita en torno a la Tierra a una distancia de 415 km de su superficie. Calcule el valor del campo gravitatorio que experimenta un astronauta a bordo de la estación. b) Calcule el periodo orbital de la Estación Espacial Internacional.

$g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;  $M_T = 5'97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . Solución: a)  $8'65 \text{ m/s}^2$ . b) 5564 s.

12) Un meteorito de 400 kg que se dirige en caída libre hacia la Tierra, tiene una velocidad de  $20 \text{ ms}^{-1}$  a una altura  $h = 500 \text{ km}$  sobre la superficie terrestre. Determine razonadamente: a) El peso del meteorito a dicha altura. b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera. Dato:  $g_0 = 9'8 \text{ m/s}^2$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ .

Solución: a) 3372 N. b) 3015 m/s.

13) Un satélite artificial de 1200 kg se eleva a una distancia de 500 km de la superficie de la Tierra y se le da un impulso mediante cohetes propulsores para que describa una órbita circular alrededor de la Tierra. a) Determine la velocidad orbital y el periodo de revolución del satélite. b) Calcule el trabajo realizado para llevarlo desde la superficie de la Tierra hasta esa altura y la energía mecánica del satélite en órbita. Comente el signo de ambos resultados.  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ .

Solución: a) 7608 m/s, 5674 s. b)  $4'66 \cdot 10^{10} \text{ J}$ ,  $- 3'15 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .

14) Los satélites Meteosat, desarrollados por la Agencia Espacial Europea (ESA), están colocados en una órbita geoestacionaria. a) Determine razonadamente la distancia entre el satélite y la Tierra. b) Si la masa del satélite es 2000 kg, determine su energía mecánica en la órbita. Razone si hay que aportar energía para mantenerlo en órbita.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}; R_T = 6370 \text{ km}; M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Solución: a) 42.300 km. b)  $- 9'46 \cdot 10^9 \text{ J}$ .

15) Se desea lanzar un satélite de 500 kg desde la superficie terrestre para que describa una órbita circular de radio  $10R_T$ . a) ¿A qué velocidad debe lanzarse para que alcance dicha altura? Explique los cambios de energía que tienen lugar desde su lanzamiento hasta ese momento. b) ¿Cómo cambiaría la energía mecánica del satélite en órbita si el radio orbital fuera el doble?

$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, R_T = 6370 \text{ km}$$

Solución: a) 10.634 m/s. b)  $7'85 \cdot 10^8 \text{ J}$ .

16) El satélite español PAZ de observación de la Tierra, de 1400 kg, se lanza con el propósito de situarlo en una órbita circular geoestacionaria. Determine las energías cinética y potencial del satélite en órbita.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$   
Solución:  $6'62 \cdot 10^9 \text{ J}$ ,  $- 1'32 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .

17) Se lanza un cohete de 600 kg desde el nivel del mar hasta una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Calcule: a) Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del cohete. b) Qué energía adicional habría que suministrar al cohete para que escapara a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa altura.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$   
Solución: a)  $5'98 \cdot 10^9 \text{ J}$ . b)  $3'17 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .

18) Un satélite de 200 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra y su energía cinética es de  $5,3 \cdot 10^9 \text{ J}$ . a) Deduzca la expresión del radio de la órbita y calcule su valor y el de la energía mecánica del satélite. b) Determine la velocidad de escape del satélite desde su posición orbital.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . Solución: a) 7550 km,  $- 5'30 \cdot 10^9 \text{ J}$ . b) 10.296 m/s.

19) Un satélite de 200 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un periodo de dos horas. a) Calcule razonadamente el radio de su órbita. b) ¿Qué trabajo tendríamos que realizar para llevar el satélite hasta una órbita de radio doble.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$   
Solución: a)  $8'07 \cdot 10^6 \text{ m}$ . b)  $2'48 \cdot 10^9 \text{ J}$ .

20) Un satélite de  $3 \cdot 10^3 \text{ kg}$  gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de  $5 \cdot 10^4 \text{ km}$  de radio. a) Determine razonadamente su velocidad orbital. b) Suponiendo que la velocidad del satélite se anulara repentinamente y empezara a caer sobre la Tierra, ¿con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre? Considere despreciable el rozamiento con el aire.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . Solución: a) 2829 m/s. b) 10.471 m/s.

21) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular, de radio  $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ . a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol. b) Si el radio orbital disminuyera un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ . Solución: a) 29.900 m/s,  $2'01 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . b) 261 días,  $3'34 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ .

22) a) Se lanza hacia arriba un objeto desde la superficie terrestre con una velocidad inicial de  $10^3 \text{ ms}^{-1}$ . Comente los cambios energéticos que tienen lugar durante el ascenso del objeto y calcule la altura máxima que alcanza considerando despreciable el rozamiento. b) Una vez alcanzada dicha altura, ¿qué velocidad se debe imprimir al objeto para que escape del campo gravitatorio terrestre?  $R_T = 6400 \text{ km}$ ;  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ . Solución: a) 64.100 km. b) 25,288 m/s.

23) La masa del Sol es 324440 veces mayor que la de la Tierra y su radio 108 veces mayor que el terrestre. a) ¿Cuántas veces es mayor el peso de un cuerpo en la superficie del Sol que en la Tierra? b) ¿Cuál sería la máxima altura alcanzada por un proyectil que se lanzase verticalmente hacia arriba, desde la superficie solar, con una velocidad de 720 km/h?  $g_{OT} = 9'8 \text{ m/s}^2$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ .  
Solución: a) 27'8. b) 73,4 m.

24) Un satélite de comunicaciones está situado en órbita geoestacionaria ( $T = 24 \text{ h}$ ) circular en torno al ecuador terrestre. Calcule: radio de la trayectoria, aceleración tangencial del satélite y trabajo realizado por la fuerza gravitatoria durante un semiperiodo, campo gravitatorio y aceleración de la gravedad en cualquier punto de la órbita.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .  
Solución: 42,300 km,  $0'224 \text{ m/s}^2$ .

25) Un satélite describe una órbita circular de radio  $2R_T$  en torno a la Tierra. Determine su velocidad orbital. Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita? Explique las fuerzas que actúan sobre el satélite.

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución: 5592 m/s. b) 1250 N.

26) Un satélite describe una órbita en torno a la Tierra con un periodo de revolución igual al terrestre. Determine la relación entre la velocidad de escape en un punto de la superficie terrestre y la velocidad orbital del satélite.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$  . Solución: 3'63

27) La Luna dista de la Tierra  $3,8 \cdot 10^8 \text{ m}$ . Si con un cañón lo suficientemente potente se lanzara desde la Tierra hacia la Luna un proyectil: ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna la aceleración del proyectil sería nula? ¿Qué velocidad mínima inicial debería poseer para llegar a ese punto? ¿cómo se movería a partir de esa posición?  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ ;  $M_L = 7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ;  $R_L = 1600 \text{ km}$ . Solución:  $3'43 \cdot 10^8 \text{ m}$ , 11.067 m/s.

28) La masa de la Luna es 0,01 veces la de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae desde una altura de 50 m sobre la superficie lunar. Determine la masa del cuerpo y su peso en la Luna. Realice el balance de energía en el movimiento de caída y calcule la velocidad con que el cuerpo llega a la superficie.  $g_T = 10 \text{ m/s}^2$ .  $R_T = 6370 \text{ km}$ . Solución: 80 kg, 128 N, 12'6 m/s<sup>2</sup>.

29) Un meteorito de 1000 kg colisiona con otro, a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra, y pierde toda su energía cinética. ¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica tras la colisión? Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre? Razone las respuestas.

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ .

Solución: 199 N,  $-8'93 \cdot 10^9 \text{ J}$ , 10.354 m/s

30) a) Explique la influencia que tiene la masa y el radio de un planeta en la aceleración de la gravedad en su superficie y en la energía potencial de una partícula próxima a dicha superficie.

b) Imagínese que la Tierra aumentara su radio al doble y su masa al cuádruple, ¿cuál sería el nuevo valor de  $g$ ?, ¿y el nuevo periodo de la Luna?

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ; distancia Tierra-Luna: 384.400 km.

Solución: b) Igual,  $1'18 \cdot 10^6 \text{ s}$ .

31) Un satélite artificial en órbita geoestacionaria es aquel que, al girar con la misma velocidad angular de rotación de la Tierra, se mantiene sobre la misma vertical. Explique las características de esa órbita y calcule su altura respecto a la superficie de la Tierra. Razone qué valores obtendría para la masa y el peso de un cuerpo situado en dicho satélite sabiendo que su masa en la Tierra es de 20 kg.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$   $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución: 35.900 km, 4'47 N.

32) Un satélite artificial de 1000 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de 12.000 km. de radio. Calcule el trabajo realizado desde su lanzamiento en la superficie terrestre hasta que alcanzó su órbita. ¿Qué variación ha experimentado el peso del satélite respecto del que tenía en la superficie terrestre?  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución:  $6'25 \cdot 10^{13} \text{ J}$ , 6992 N.

33) a) Se eleva un cuerpo de 200 kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 km. Calcule el trabajo mínimo necesario. b) Si, por error, hubiéramos supuesto que el campo gravitatorio es uniforme y de valor igual al que tiene en la superficie de la Tierra, razone si el valor del trabajo sería mayor, igual o menor que el calculado en el apartado a). Justifique si es correcta dicha suposición.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución: a)  $5'49 \cdot 10^9 \text{ J}$ . b)  $10^{10} \text{ J}$ .

34) Un satélite se encuentra a una altura de 600 Km sobre la superficie de la Tierra, describiendo una órbita circular. Calcule el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, razonando la estrategia seguida para dicho cálculo. Si la velocidad orbital disminuyera, explique si el satélite se acercaría o se alejaría de la Tierra, e indique que variaciones experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución: 5817 s.

35) Un cuerpo, inicialmente en reposo a una altura de 150 km sobre la superficie terrestre, se deja caer libremente. Determine la velocidad del cuerpo cuando llega a la superficie terrestre. Si, en lugar de dejar caer el cuerpo, lo lanzamos verticalmente hacia arriba desde la posición inicial, ¿cuál sería su velocidad de escape?  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución: 1692 m/s, 11.054 m/s.

36) Un satélite describe una órbita circular en torno a la Tierra de radio doble que el terrestre. Determine la velocidad del satélite y su periodo de rotación. Explique cómo variarían las magnitudes determinadas en a) en los siguientes casos: i) si la masa del satélite fuese el doble; ii) si orbitase en torno a un planeta de masa la mitad y radio igual a dos de la Tierra.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución: 5592 m/s, 14.383 s, 3954 m/s, 20.341 m/s.

37) Un cuerpo de 300 kg situado a 5000 km de altura sobre la superficie terrestre, cae hacia el planeta. ¿A qué altura sobre la superficie terrestre debe estar el cuerpo para que su peso se reduzca a la cuarta parte de su valor en la superficie?  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$ . Solución: 6400 km.

38) El satélite de investigación europeo (ERS-2) sobrevuela la Tierra a 800 km de altura. Suponga su trayectoria circular y su masa de 1000 kg. Si suponemos que el satélite se encuentra sometido únicamente a la fuerza de gravitación debida a la Tierra, ¿por qué no cae sobre la superficie terrestre? Razone la respuesta.

39) Un satélite artificial de 500 kg gira alrededor de la Luna en una órbita circular situada a 120 km sobre la superficie lunar y tarda 2 horas en dar una vuelta completa. Con los datos del problema, ¿se podría calcular la masa de la Luna? Explique como lo haría. Determine la energía potencial del satélite cuando se encuentra en la órbita citada.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $R_L = 1740 \text{ km}$

40) a) Explique cualitativamente la variación del campo gravitatorio terrestre con la altura y haga una representación gráfica aproximada de dicha variación. Calcule la velocidad mínima con la que habrá que lanzar un cuerpo desde la superficie de la Tierra para que ascienda hasta una altura de 4000 km.  $R_T = 6370 \text{ km}$  ;  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

41) Suponga que un cuerpo se deja caer desde la misma altura sobre la superficie de la Tierra y de la Luna. Explique por qué los tiempos de caída serían distintos y calcule su relación. Calcule la altura que alcanzará un cuerpo que es lanzado verticalmente en la superficie lunar con una velocidad de  $40 \text{ m s}^{-1}$ .  $M_T = 81 M_L$  ;  $R_T = (11/3) R_L$  ;  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

42) La nave espacial Apolo 11 orbitó alrededor de la Luna con un período de 119 minutos y a una distancia media del centro de la Luna de  $1,8 \cdot 10^6 \text{ m}$ . Suponiendo que su órbita fue circular y que la Luna es una esfera uniforme: determine la masa de la Luna y la velocidad orbital de la nave; ¿cómo se vería afectada la velocidad orbital si la masa de la nave espacial se hiciese el doble? Razone la respuesta.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

43) Se quiere lanzar al espacio un objeto de  $500 \text{ kg}$  y para ello se utiliza un dispositivo que le imprime la velocidad necesaria. Se desprecia la fricción con el aire. Explique los cambios energéticos del objeto desde su lanzamiento hasta que alcanza una altura  $h$  y calcule su energía mecánica a una altura de  $1000 \text{ m}$ . ¿Qué velocidad inicial sería necesaria para que alcanzara dicha altura?  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

44) Un satélite artificial de  $400 \text{ kg}$  gira en una órbita circular a una altura  $h$  sobre la superficie terrestre. A dicha altura el valor de la gravedad es la tercera parte del valor en la superficie de la Tierra. Explique si hay que realizar trabajo para mantener el satélite en órbita y calcule su energía mecánica. Determine el período de la órbita.  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  ;  $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

45) Un satélite de  $200 \text{ kg}$  describe una órbita circular, de radio  $R = 4 \cdot 10^6 \text{ m}$ , en torno a Marte. Calcule la velocidad orbital y el período de revolución del satélite. Explique cómo cambiarían las energías cinética y potencial del satélite si el radio de la órbita fuera  $2R$ .  
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_{\text{Marte}} = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

46) Los transbordadores espaciales orbitan en torno a la Tierra a una altura aproximada de  $300 \text{ km}$ , siendo de todos conocidas las imágenes de astronautas flotando en su interior. Determine la intensidad del campo gravitatorio a  $300 \text{ km}$  de altura sobre la superficie terrestre y comente la situación de ingravidez de los astronautas. Calcule el período orbital del transbordador.  
 $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

47) Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica  $k = 327 \text{ N m}^{-1}$  para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de  $1 \text{ kg}$  hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga  $3 \text{ cm}$  y en la de Marte sólo  $1,13 \text{ cm}$ . a) Si el astronauta tiene una masa de  $90 \text{ kg}$ , determine la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual al de la Tierra. b) Calcule la masa de la Tierra suponiendo que sea esférica. Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

48) Dos masas puntuales de  $2 \text{ kg}$  están situadas en los puntos A  $(-5,0) \text{ m}$  y B  $(5,0) \text{ m}$ . a) Calcule el valor del campo gravitatorio en el punto C  $(0,5) \text{ m}$ . b) Calcule el módulo de la fuerza gravitatoria que actúa sobre una masa puntual de  $1 \text{ kg}$  colocada en el punto C. Si se traslada esta masa desde el punto C hasta el origen de coordenadas, calcule la variación de su energía potencial.  
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

49) Dos masas puntuales de 20 kg y 30 kg se encuentran separadas una distancia de 1 m.  
a) Determine el campo gravitatorio en el punto medio del segmento que las une. b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una masa de 2 kg desde el punto medio del segmento que las une hasta un punto situado a 1 m de ambas masas. Comente el signo de este trabajo.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

50) Una pequeña esfera de 25 kg está situada en el punto (0, 0) m y otra de 15 kg en el punto (3, 0) m. a) Razone en qué punto (o puntos) del plano XY es nulo el campo gravitatorio resultante. b) Calcule el trabajo efectuado al trasladar la esfera de 15 kg hasta el punto (4,0) m y discuta el resultado obtenido.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$