RECUPERACIÓN DE LA PRIMERA EVALUACIÓN

* **Primer control: Introducción y vectores**

1) Averigua las unidades internacionales de C mediante análisis dimensional: $Pot \cdot E = C \cdot F^2$

2) a) Expresa correctamente estas medidas: 12'3, 12'2, 12'8, 12'9, 13'5 y 12'7 s.

b) Transforma: $2200 \ \frac{dag^2}{km \cdot s^3}$ en $\frac{mg^2}{cm \cdot h^3}$

3) a) Calcula las componentes de un vector unitario de la misma dirección y sentido que el vector con origen en P (3, 5, - 5) y el extremo en Q (5, -4, 1).
b) Determina las componentes de un vector de módulo 5 y de igual dirección y sentido que el vector $\vec{A}$ (8, - 4, - 2).

4) a) Sean los vectores: $\vec{A}$ (6 , - 5) y $\vec{B}$ (8, b_x) . Averigua b_x para que estos vectores: i) Sean perpendiculares. ii) Sean paralelos.
b) Dos vectores tienen el origen común O (-1, 3, 0) y sus extremos están uno en A (-3, 2, 1) y el otro en B (5, -3, 2). Calcula el producto escalar.

5) a) Averigua las expresión de este vector si el módulo es 5:

4 m

b) Dados los vectores $\vec{A} = 3\ \vec{i} - 7\ \vec{j} - 2\ \vec{k}$ y $\vec{B} = 5\ \vec{i} + 4\ \vec{j} + 2\ \vec{k}$, calcula el producto escalar siguiente: $(\vec{A} - 3\ \vec{B}) \cdot (2\ \vec{A} - 4\ \vec{B})$.

* **Segundo control: Cinemática**

6) Un móvil tiene la siguiente ecuación del movimiento: $\vec{r} = t^3\ \vec{i} + (2t^2 - 3)\ \vec{j} - 5t\ \vec{k}$
Determina:
a) El vector velocidad media entre 1 y 3 segundos.
b) El vector aceleración media entre 1 y 3 segundos.
c) El vector velocidad a los 4 segundos.
d) El vector aceleración a los 5 segundos.

7) Se dispara una escopeta a 300 km/h formando 60° con la horizontal. Escribe los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ y calcula el alcance y la altura máxima.

8) Una piedra de 1 kg se tira hacia abajo a 8 m/s desde un acantilado de 100 m. En el mismo instante se lanza hacia arriba, desde la base del acantilado, una pelota con una velocidad inicial de 25 m/s. ¿Qué tiempo habrá transcurrido hasta que se encuentren? Escribe los vectores de posición.

9) Una bola rueda por una mesa a 1'5 metros de altura. Si sale de la mesa a 10 km/h, escribe los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ y calcula el punto de impacto y la velocidad al llegar al suelo.

10) Una rueda parte del reposo y alcanza 40 rpm en 10 segundos. Permanece a esa velocidad durante 30 segundos. Después, se para en 24 segundos. Calcula el número total de vueltas.

① $$C = \frac{Pot \cdot E}{F^2}$$

$$[C] = \frac{[Pot] \cdot [E]}{[F]^2} = \frac{\frac{M \cdot L^2}{T^3} \cdot \frac{M \cdot L^2}{T^2}}{\left(\frac{M \cdot L}{T^2}\right)^2} =$$

$$= \frac{\frac{\cancel{M} \cdot \cancel{L^2}}{T^3} \cdot \frac{\cancel{M} \cdot L^2}{T^2}}{\frac{\cancel{M^2} \cdot \cancel{L^2}}{T^4}} = \frac{\cancel{T^4} \cdot L^2}{T^8} = \boxed{\frac{L^2}{T}} \rightarrow \boxed{\frac{m^2}{s}}$$

② a) $$\bar{x} = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n} = \frac{12'3 + 12'2 + 12'8 + 12'9 + 13'5 + 12'7}{6} =$$

$$= 12'7\overset{\frown}{3} \simeq 12'7$$

$$\varepsilon_a = 0'4, 0'5, 0'1, 0'2, 0'8, 0$$

$$\delta = \frac{\varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_n}{n} = \frac{0'4 + 0'5 + 0'1 + 0'2 + 0'8 + 0}{6} = 0'3$$

$\bar{x} \pm \delta$ $\boxed{12'7 \pm 0'3 \quad s}$

b) $$2200\ \frac{\cancel{dag}^2}{\cancel{km}\cdot \cancel{s}^3}\cdot\frac{10^8\ mg^2}{1\ \cancel{dag}^2}\cdot\frac{1\ \cancel{km}}{10^5\ cm}\cdot\frac{3600^3\ \cancel{s}^3}{1\ h^3}=$$

$$=\frac{2200\cdot 10^8\cdot 3600^3}{10^5}=\boxed{1'03\cdot 10^{17}\ \frac{mg^2}{cm\cdot h^3}}$$

3 a) $$\vec{PQ}=(5-3,-4-5,1+5)=(2,-9,6)$$

$$\vec{u}=\frac{\vec{PQ}}{|\vec{PQ}|}=\frac{2\vec{i}-9\vec{j}+6\vec{k}}{\sqrt{2^2+9^2+6^2}}=\boxed{\frac{2}{11}\vec{i}-\frac{9}{11}\vec{j}+\frac{6}{11}\vec{k}}=$$

$$=\boxed{0'182\cdot\vec{i}-0'818\cdot\vec{j}+0'545\cdot\vec{k}}$$

b) $$\vec{u}=\frac{\vec{A}}{A}=\frac{8\vec{i}-4\vec{j}-2\vec{k}}{\sqrt{8^2+4^2+2^2}}=\frac{8\vec{i}-4\vec{j}-2\vec{k}}{\sqrt{84}}=$$

$$=\boxed{0'873\cdot\vec{i}-0'436\cdot\vec{j}-0'218\cdot\vec{k}}$$

$$\vec{B}=5\cdot\vec{u}=\boxed{4'36\cdot\vec{i}-2'18\cdot\vec{j}-1'09\cdot\vec{k}}$$

④ a) i) $\vec{A}\cdot\vec{B}=0 \Rightarrow 6\cdot 8-5\cdot b_y=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{b_y=\frac{48}{5}}$$

ii) $\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y} \Rightarrow \frac{6}{8}=\frac{-5}{b_y} \Rightarrow b_y=-\frac{40}{6}$

$$\boxed{b_y=-\frac{20}{3}}$$

b) $\vec{OA}=(-3+1,2-3,1-0)=(-2,-1,1)$

$\vec{OB}=(5+1,-3-3,2-0)=(6,-6,2)$

$\vec{OA}\cdot\vec{OB}=(-2)\cdot 6+(-1)\cdot(-6)+1\cdot 2=-12+6+2=\boxed{-4}$

⑤ a) $\vec{A}=-A\cdot\cos\alpha\cdot\vec{i}+A\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot\vec{j}=$

$=-5\cdot\cos 45^\circ\cdot\vec{i}+5\cdot\operatorname{sen}45^\circ\cdot\vec{j}=\boxed{-3'54\cdot\vec{i}+3'54\cdot\vec{j}}$

b) $\vec{A}-3\vec{B}=3\vec{i}-7\vec{j}-2\vec{k}-3\cdot(5\vec{i}+4\vec{j}+2\vec{k})=$

$=3\vec{i}-7\vec{j}-2\vec{k}-15\vec{i}-12\vec{j}-6\vec{k}=-12\vec{i}-19\cdot\vec{j}-8\cdot\vec{k}$

$2\vec{A}-4\vec{B}=2\cdot(3\vec{i}-7\vec{j}-2\vec{k})-4\cdot(5\vec{i}+4\vec{j}+2\vec{k})=$

$=6\vec{i}-14\vec{j}-4\vec{k}-20\vec{i}-16\vec{j}-8\vec{k}=-14\vec{i}-30\vec{j}-12\vec{k}$

$(\vec{A}-3\vec{B})\cdot(2\vec{A}-4\vec{B})=(-12)\cdot(-14)+(-19)\cdot(-30)+(-8)\cdot(-12)=$

$=\boxed{834}$

6 a)

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{3^3\cdot\vec{i} + (2\cdot 3^2 - 3)\cdot\vec{j} - 5\cdot 3\vec{k} - \vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}}{3-1} =$$

$$= \frac{26\cdot\vec{i} + 16\vec{j} - 10\cdot\vec{k}}{2} = \boxed{13\cdot\vec{i} + 8\vec{j} - 5\cdot\vec{k}}$$

b) $$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3\cdot t^2\cdot\vec{i} + 4\cdot t\cdot\vec{j} - 5\cdot\vec{k}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{3\cdot 3^2\cdot\vec{i} + 12\cdot\vec{j} \cancel{- 5\cdot\vec{k}} - 3\vec{i} - 4\vec{j} \cancel{+ 5\vec{k}}}{3-1} =$$

$$= \frac{24\vec{i} + 8\vec{j}}{2} = \boxed{12\vec{i} + 4\vec{j}}$$

c) $$\vec{v}(4) = 3\cdot 4^2\cdot\vec{i} + 4\cdot 4\cdot\vec{j} - 5\cdot\vec{k} =$$

$$= \boxed{48\cdot\vec{i} + 16\cdot\vec{j} - 5\vec{k}}$$

d) $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6\cdot t\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}$$

$$\vec{a}(5) = \boxed{30\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}}$$

⑦ $v_0 = 300 \frac{km}{h} = 83'3 \frac{m}{s}$

$\alpha = 60^\circ$

¿ $\vec{r}, \vec{v}, x, h_{max}$?

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2$

$\vec{r}_0 = 0$

$\vec{v}_0 = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \vec{j} =$

$= 83'3 \cdot \cos 60^\circ \cdot \vec{i} + 83'3 \cdot \sin 60^\circ \vec{j} =$

$= 41'6 \cdot \vec{i} + 72'1 \cdot \vec{j}$

$\vec{r} = 0 + (41'6 \cdot \vec{i} + 72'1 \cdot \vec{j}) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \cdot \vec{j} =$

$= \boxed{41'6 \cdot t \vec{i} + (72'1 \cdot t - 5 \cdot t^2) \cdot \vec{j}} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \boxed{41'6 \cdot \vec{i} + (72'1 - 10 \cdot t) \cdot \vec{j}}$

Alcance $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow 72'1 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{72'1}{5} = 14'4 \text{ s} \end{cases}$

$x = 41'6 \cdot t = 41'6 \cdot 14'4 = \boxed{600 \text{ m}}$

Altura máxima: $v_y = 0 \Rightarrow 72'1 - 10 \cdot t = 0 \Rightarrow t = \frac{72'1}{10} = 7'21 \text{ s}$

$y = 72'1 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 72'1 \cdot 7'21 - 5 \cdot 7'21^2 = \boxed{260 \text{ m}}$

(8) $\vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2 = 100 \cdot \vec{j} - 8 \cdot \vec{j} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \vec{j} \cdot t^2 =$

$= \boxed{(100 - 8 \cdot t - 5 \cdot t^2) \cdot \vec{j}}$

$\vec{r}_2 = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2 = 0 + 25 \cdot \vec{j} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \vec{j} \cdot t^2 =$

$= \boxed{(25 \cdot t - 5 \cdot t^2) \cdot \vec{j}}$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 \Rightarrow 100 - 8 \cdot t - \cancel{5t^2} = 25 \cdot t - \cancel{5t^2}$

$100 = 33 \cdot t \Rightarrow t = \frac{100}{33} = \boxed{3'03 \text{ s}}$

(9) $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot t^2 = 1'5 \cdot \vec{j} + 2'78 \cdot t \cdot \vec{i} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \vec{j} \cdot t^2 =$

$= \boxed{2'78 \cdot t \cdot \vec{i} + (1'5 - 5 \cdot t^2) \cdot \vec{j}} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \boxed{2'78 \cdot \vec{i} - 10 \cdot t \cdot \vec{j}}$

$y = 0 \Rightarrow 1'5 - 5 \cdot t^2 = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{1'5}{5}} = \sqrt{0'3} = \boxed{0'548 \text{ s}}$

$\vec{v}(0'548) = \boxed{2'78 \cdot \vec{i} - 5'48 \cdot \vec{j}}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2'78^2 + 5'48^2} = \boxed{6'14 \ \frac{m}{s}}$

$x = 2'78 \cdot t = 2'78 \cdot 0'548 = 1'52 \text{ m}$ $\boxed{P\,(1'52, 0)}$

10

$$\omega = 40 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\, rad}{1\, \cancel{rev}} \cdot \frac{1\, \cancel{min}}{60\, s} = 4'19 \frac{rad}{s}$$

$$\alpha_1 = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{4'19-0}{10-0} = 0'419 \frac{rad}{s^2}$$

$$\alpha_2 = 0$$

$$\alpha_3 = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{4'19-0}{24-0} = 0'175 \frac{rad}{s^2}$$

$$\varphi_1 = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 0'419 \cdot 10^2 = 20'95\ rad$$

$$\varphi_2 = \omega \cdot t = 4'19 \cdot 30 = 126\ rad$$

$$\varphi_3 = \omega_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot t^2 = 4'19 \cdot 24 - \frac{1}{2} \cdot 0'175 \cdot 24^2 = 50'2\ rad$$

$$\varphi_T = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 20'95 + 126 + 50'2 = 197\ rad$$

$$N = 197\ \cancel{rad} \cdot \frac{1\ vuelta}{2\pi\ \cancel{rad}} = \boxed{31'3\ vueltas}$$